

# Dělení zlomků

Marta uklízí po narozeninové oslavě a přitom počítá, kolik čeho se snědlo a vypilo. Dorty byly nakrájeny na dvanáctiny, snědlo se  $\frac{28}{12}$  dortu. Vypilo se 3,5 lahve limonády po 2,5 litrech, takže  $8\frac{3}{4}$  litru. Pro jednoduchost předpokládáme, že každý ze 14 účastníků oslavy snědl stejnou část dortu a vypil stejné množství limonády.



## Úkoly

- 1 Jakou část dortu snědl každý účastník oslavy?
- 2 Kolik litrů limonády vypil každý účastník oslavy?

### Řešení ÚKOL 1

Marta uvažuje: „Když  $\frac{28}{12}$  dortu snědlo 14 lidí, tak jeden člověk snědl 14krát méně. Potřebuji vypočítat  $\frac{28}{12} : 14$ .“ Říká si: „28 dvanáctin děleno 14..., to jsou 2 dvanáctiny.“ Na každého, kdo byl na oslavě, vychází, že snědl  $\frac{2}{12}$ , tj.  $\frac{1}{6}$  dortu.

### Řešení ÚKOL 2

Množství vypité limonády Marta nejprve vyjádřila zlomkem  $8\frac{3}{4} = \frac{8 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{35}{4}$ , pak přemýšlí:

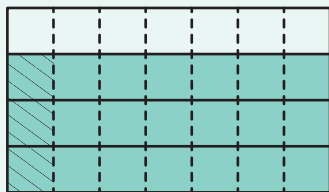
„35 čtvrtin děleno 14... To nejde!“ Vzpomněla si, že každý zlomek, a tedy i  $\frac{35}{4}$ , je roven dalším zlomkům, které vzniknou jeho rozšiřováním a krácením. Vybere z nich zlomek s takovým čitatelem, který lze beze zbytku vydělit 14. To je např.  $\frac{70}{8}$ , protože  $70 = 5 \cdot 7 \cdot 2 = 5 \cdot 14$ . „Zlomek  $\frac{35}{4}$  rozšířím dvěma a místo podílu  $\frac{35}{4} : 14$  budu počítat  $\frac{70}{8} : 14$ . Teď snadno vypočtu, že 70 osmin děleno 14 je 5 osmin, a vím, že každý vypil  $\frac{5}{8}$  litru limonády.“

1 Počítej jako Marta. Zlomky v e) až l) vhodně rozšiř. Zkus vymyslet pravidlo pro dělení zlomku přirozeným číslem.

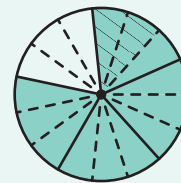
- |                        |                        |                      |                      |                       |                        |
|------------------------|------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $\frac{4}{15} : 4$  | c) $\frac{24}{11} : 8$ | e) $\frac{1}{3} : 2$ | g) $\frac{5}{6} : 4$ | i) $\frac{8}{9} : 6$  | k) $\frac{2}{11} : 4$  |
| b) $\frac{12}{17} : 3$ | d) $\frac{63}{80} : 9$ | f) $\frac{1}{4} : 5$ | h) $\frac{7}{8} : 6$ | j) $\frac{30}{7} : 9$ | l) $\frac{36}{25} : 8$ |

## Dělení zlomku přirozeným číslem

$$\frac{3}{4} : 7 = \frac{3}{4 \cdot 7} = \frac{3}{28}$$



$$\frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{5 \cdot 6} = \frac{2}{15}$$



Zlomek vydělíme přirozeným číslem tak, že čitatele neměníme a jmenovatele vynásobíme tímto přirozeným číslem.

2 Najdi zlomek, který je:

a) 6krát menší než  $\frac{3}{4}$ .

e) 4krát menší než součin zlomků  $\frac{1}{8}$  a  $\frac{6}{10}$ .

b) 8krát větší než  $\frac{5}{12}$ .

f) třetinou z  $\frac{9}{7}$ .

c) 5krát menší než součet zlomků  $\frac{2}{5}$  a  $\frac{3}{2}$ .

g) osminou z  $\frac{12}{19}$ .

d) 7krát větší než rozdíl zlomků  $\frac{4}{3}$  a  $\frac{5}{9}$ .

h) 9krát menší než  $5\frac{1}{3}$ .

3 Vypočti, kolikrát je číslo  $x$  větší než číslo  $y$ .

$x$	$\frac{16}{5}$	$\frac{32}{9}$	$\frac{29}{4}$	$7\frac{2}{3}$	$12\frac{5}{6}$
$y$	2	3	4	5	8

4 Na začátku července 2019 byla cena za 1 gram zlata o  $\frac{1}{8}$  větší než ve stejnou dobu v roce 2018. O rok později cena zlata opět stoupla, tentokrát o více než  $\frac{1}{3}$  ceny zlata v roce 2019.

- Kolikrát se zvětšila cena za 1 gram zlata od roku 2018 do roku 2019?
- Kolikrát se zvětšila cena za 1 gram zlata od roku 2019 do roku 2020?
- Vypočti aritmetický průměr výsledků z a) a b).
- Kolik měl stát 1 gram zlata na začátku července 2021, pokud by jeho cena vzrostla podle vypočteného průměrného nárůstu? Na začátku července 2020 stál 1 gram zlata 1 348,23 Kč.
- Porovnej vypočtenou cenu za 1 gram zlata v červenci 2021 se skutečnou cenou.

### SOUVISLOSTI

Běžně se cena zlata neudává za 1 gram, ale za 1 unci. Při obchodování s drahými kovy se používá tzv. trojská unce, která odpovídá 31,1 g. Jednu unci si můžeš představit přibližně jako hmotnost čtyř desetikorun.



5 Sousední zlomky v řadě se liší vždy o stejný zlomek. Najdi ho a doplň celou řadu. Zlomky v řadě jsou různé.

a)  $\underline{\quad} \rightarrow \frac{3}{4} \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \frac{13}{12} \rightarrow \underline{\quad}$

b)  $1 \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \frac{9}{2} \rightarrow \underline{\quad}$

c)  $\frac{17}{9} \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \frac{1}{3}$

### ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 1

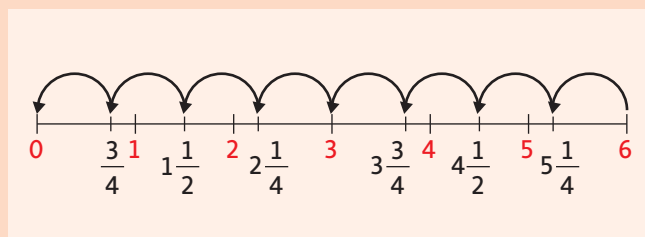
Skupinka turistů rozděluje mezi své členy zásoby na kratší výlet. Rozhodli se, že tři dvoulitrové lahve vody rozlijí do  $\frac{3}{4}$  litrových lahví a dva chleby rozdělí na čtvrtiny.

- a) Kolik  $\frac{3}{4}$  litrových lahví naplní?                      c) Počet  $\frac{3}{4}$  litrových lahví i počet čtvrtin chlebů zapiš jako výsledek dělení a oba příklady porovnej.  
 b) Kolik čtvrtek chlebů se krájením vytvoří?

#### Řešení a)

Skupina rozlévá celkem  $3 \cdot 2 = 6$  litrů vody. Postupné odebrání  $\frac{3}{4}$  litru znázorníme na číselné ose a doplníme výpočty:

$$\begin{aligned}
 6 - \frac{3}{4} &= 5\frac{1}{4} \rightarrow 5\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 4\frac{1}{2} \rightarrow 4\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4} \rightarrow \\
 \rightarrow 3\frac{3}{4} - \frac{3}{4} &= 3 \rightarrow 3 - \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4} \rightarrow 2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2} \rightarrow \\
 \rightarrow 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} &= \frac{3}{4} \rightarrow \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0
 \end{aligned}$$



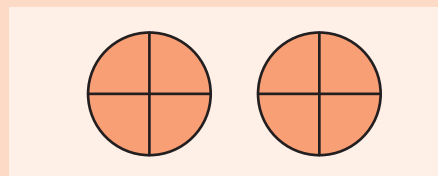
Z šesti litrů vody můžeme  $\frac{3}{4}$  litru odebrat osmkrát.

Šesti litry vody se tedy naplní 8 lahví s objemem  $\frac{3}{4}$  l.

#### Řešení b)

Počet čtvrtin ze dvou chlebů určíme z obrázku.

Dva chleby se krájením na čtvrtiny rozdělí na 8 čtvrtin. <



#### Řešení c)

Šest litrů se rozléváním po  $\frac{3}{4}$  l rozdělilo do 8 lahví, je tedy  $6 : \frac{3}{4} = 8$ .

Dva chleby se čtvrcením rozdělily na 8 čtvrtek, proto  $2 : \frac{1}{4} = 8$ . Podíly jsou stejné.

Všimněme si, že dělenec i dělitel v zápisu  $6 : \frac{3}{4} = 8$  je třikrát větší než dělenec a dělitel v podílu  $2 : \frac{1}{4} = 8$ .

Zvětšíme-li dělece a dělitele 4krát, 16krát, ..., bude podíl stále stejný:  $8 : 1 = 8$ ,  $32 : 4 = 8$ , ...



### Vlastnost podílu dvou čísel nebo zlomků

Podíl se nezmění, když dělece i dělitele vynásobíme stejným nenulovým číslem nebo zlomkem.

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} 2 : \frac{1}{4} = 8 \\ \downarrow \cdot 3 \\ 6 : \frac{3}{4} = 8 \\ \downarrow \cdot \frac{4}{3} \\ 8 : 1 = 8 \end{array} \right\} \cdot 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} 2 : 3 = \frac{2}{3} \\ \downarrow \cdot 2 \\ 4 : 6 = \frac{2}{3} \\ \downarrow \cdot \frac{3}{2} \\ 6 : 9 = \frac{2}{3} \end{array} \right\} \cdot 3
 \end{array}$$

**10** Petr uběhne 100 m za 14,4 s, Jan za 13,2 s. a) O kolik sekund je Jan rychlejší? b) Kolikrát je Jan rychlejší? Výsledky zapiš zlomkem.

**Nápověda:** Desetinná čísla (časy Jana a Petra) zapiš jako desetinné zlomky.

**11** Zjednoduš.

a)  $\frac{8}{5} \cdot \frac{5}{6}$

b)  $1\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

d)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$   
 $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} : 2$

Procvič si více dělení zlomků.  
 Jdi na [www.skolasnadhledem.cz](http://www.skolasnadhledem.cz),  
 zadej kód 590 316.

## Opakování

**1** Postup, kterým se z  $\frac{5}{3}$  získá  $\frac{7}{4}$ , je stejný jako postup, jímž se ze  $\frac{7}{4}$  dostane  $\frac{11}{6}$ . Odhal ho a doplň

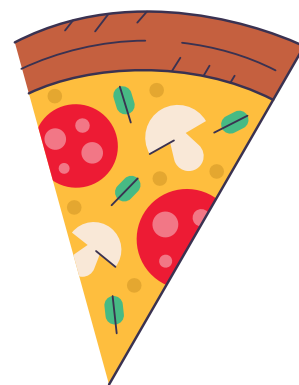
chybějící členy řady:  $\underline{\quad} \rightarrow \frac{5}{3} \rightarrow \frac{7}{4} \rightarrow \frac{11}{6} \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}$

**2** Patrik má konečně svou vysněnou motokrosovou motorku. Na koupi jeho stroje přispěli rodiče  $\frac{5}{9}$  celkové částky.  $\frac{1}{10}$  ceny bezúročně zapůjčil motoklub, za nějž Patrik závodí. Dvě sedminy dali prarodiče a zbylých 1 850 Kč uhradil Patrik ze svých úspor.

- Vyjádři zlomkem, jakou část celkové ceny si Patrik zaplatil sám.
- Dali rodiče na motocykl více než polovinu? Přispěl si Patrik více než  $\frac{1}{17}$ ? Podíleli se prarodiče aspoň na čtvrtině ceny?
- Kolik stál motocykl?

**3** Co je víc? Vždy uvažujeme část stejné pizzy, koláče, bonboniéry apod.

- $\frac{1}{4}$  z poloviny pizzy nebo  $\frac{1}{2}$  ze čtvrtiny pizzy?
- $\frac{3}{8}$  ze dvou třetin koláče nebo  $\frac{4}{9}$  ze tří čtvrtin koláče?
- $\frac{2}{5}$  z devíti čtrnáctin bonboniéry nebo  $\frac{3}{7}$  ze sedmi desetin bonboniéry?
- $\frac{5}{7}$  z šestiny krabice se součástkami nebo  $\frac{6}{5}$  z dvanáctiny krabice?

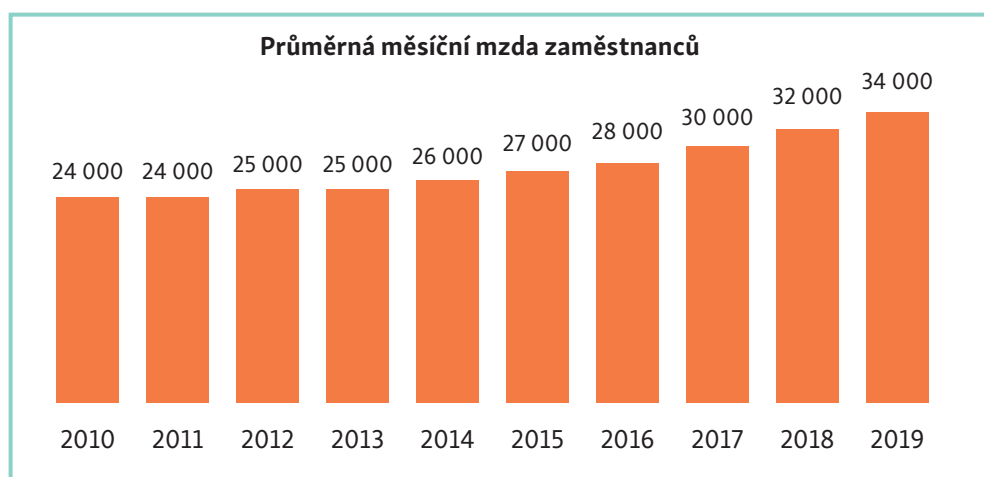


**4** Najdi neznámý zlomek.

- Když neznámý zlomek zvětším o  $\frac{4}{15}$ , dostanu  $\frac{7}{20}$ .
- Dvě třetiny z neznámého zlomku je  $\frac{16}{27}$ .
- +** Číslo 6 je o tři sedminy neznámého zlomku menší než neznámý zlomek.
- +** Smíšené číslo  $6\frac{2}{5}$  je o jednu třetinu neznámého zlomku větší než neznámý zlomek.

5 V grafu jsou průměrné měsíční mzdy zaměstnanců v letech 2010–2019 zaokrouhlené na celé tisíce Kč.

- Kolikrát větší byla v roce 2017 mzda oproti mzdě v roce 2015?
- Vyjádři zlomkem v základním tvaru, o jakou část mzdy v roce 2013 stoupla mzda v roce 2017.
- Stoupla mzda od roku 2010 do roku 2019 o více než  $\frac{1}{3}$ ? Proč?
- Tvořila mzda v roce 2012 více než  $\frac{3}{4}$  mzdy v roce 2019? Zdůvodni.
- Byl větší nárůst mzdy mezi roky 2014 a 2015, nebo mezi roky 2015 a 2016? Porovnej podílem a zdůvodni.
- Mezi kterými po sobě jdoucími roky vzrostla mzda nejvíce? Postupuj jako v e) a vysvětli.



6 Na číselné ose jsou zlomky  $\frac{5}{6}$  a  $\frac{13}{12}$  znázorněny jako body, které jsou od sebe vzdáleny 4 cm.

Kde je obraz: a) 0, b) 1, c)  $\frac{3}{4}$ , d)  $\frac{2}{7}$ ?

7 Jedna dlaždička má obsah  $\frac{9}{25}$  m<sup>2</sup>.

- Kolik jich budou Krupičkovi potřebovat na vydláždění 16 m<sup>2</sup> velké terasy?
- Kolik kartonů dlaždic musí koupit, když jsou baleny po třech?
- Kolik za dlaždice zaplatí, když 1 m<sup>2</sup> stojí 710 Kč?

Procvič si více zlomky. Jdi na [www.skolasnadhledem.cz](http://www.skolasnadhledem.cz), zadej kód 590 317.

#### OHLÉDNUTÍ

- Co už teď vím o zlomcích?
- Co mne nejvíce zaujalo?
- Co z toho může být důležité pro můj život?

#### ŘEŠENÍ

Výsledky všech úloh tématu *Zlomky* najdeš na [www.skolasnadhledem.cz](http://www.skolasnadhledem.cz). Naskenuj QR kód nebo jdi na [www.skolasnadhledem.cz](http://www.skolasnadhledem.cz) a zadej kód 590 318.



#### PRACOVNÍ SEŠIT

V hybridním pracovním sešitě najdeš k tématu *Zlomky* další úlohy k procvičení. K nim navíc zdarma interaktivní cvičení s okamžitou zpětnou vazbou, interaktivní testy se zdůvodněním řešení a mnoho dalšího.



# Kosočtverec a kosodélník – kosoúhelníky

Prohlédni si obrázky. V některých lze pozorovat kosočtverce, v jiných kosodélníky.

## Úkoly

- 1 Rozděl obrázky do dvou skupin podle tvaru na kosočtverce a kosodélníky. V čem se liší a v čem se shodují?
- 2 Rozhlédni se kolem sebe a hledej kosoúhelníky.



A



B



C



D



E



F

## Řešení ÚKOL 1

Na obrázcích A, C, E, F jsou kosočtverce, v obrázcích B, D lze najít kosodélníky. Kosodélníky mají jednu dvojici stran shodnou, ale odlišnou od druhé dvojice shodných stran. Kosočtverce mají všechny čtyři strany shodné. Protější strany jsou rovnoběžné, sousední strany nesvírají pravý úhel, ale úhel kosý.

- 1 Připrav si papír ve tvaru obdélníku. Přelož ho libovolně, ale tak, aby ohyb procházel jedním z vrcholů obdélníku (viz obrázek). Rozstříhni papír podle přehybu. Odstříhnutý trojúhelník přilož ke zbytku tak, aby vznikl čtyřúhelník. Kolik různých čtyřúhelníků lze takto vytvořit? Pojmenuj je.



## SOUVISLOSTI

Víš, jak vypadá logo japonského koncernu Mitsubishi? Slovo „Mitsubishi“ vzniklo ze slov „mitsu“ (tři) a „hishi“ (kosočtverec). Kosočtverec často symbolizuje diamant. Zakladatel firmy měl v rodinném erbů tři diamanty.





## SOUVISLOSTI

Víš, co je pantograf? Původně to byl přístroj k překreslování obrazu ve zvětšené, stejné nebo zmenšené podobě. Tímto slovem označujeme také sběrač proudu kolejových vozidel.



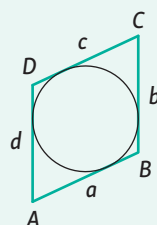
- 2** Pracuj s rozstřiženým obdélníkem z **úlohy 1**. Sestav kosodélník a označ jeho vrcholy  $K, L, M, N$ .
- Které strany jsou protější? Porovnej je (přeložením, měřením apod.). Výsledek porovnání zdůvodni.
  - Odhadni, co platí pro vzájemnou polohu protějších stran. Zdůvodni aspoň pro jednu dvojici protějších stran.
  - Které strany jsou sousední? Porovnej je. (Použij kružítko, vhodně přelož nebo změř.)

- 3**  **GEOGEBRA**  590 366 Sestroj kružnici s poloměrem 2 cm. Narýsuj dva průměry, které **nejsou** na sebe kolmé. Sestroj kolmice k jednomu z průměrů v jeho krajních bodech. Pak proved' totéž pro druhý průměr. Průsečíky kolmic označ  $A, B, C, D$ . Pojmenuj čtyřúhelník  $ABCD$ . Splň úkoly a)–c) z předchozí úlohy 2 pro čtyřúhelník  $ABCD$ .

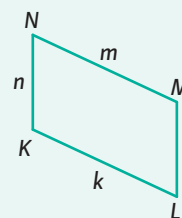


## Vlastnosti stran kosoúhelníků

### kosočtverec



### kosodélník



**Protější** strany jsou **rovnoběžné**.

$$AB \parallel CD, AD \parallel BC$$

$$KL \parallel MN, KN \parallel LM$$

Všechny strany kosočtverce mají stejnou délku.

Protější strany kosodélníku mají stejnou délku.

$$|AB| = |BC| = |CD| = |AD|$$

$$|KL| = |MN|, |LM| = |KN|$$

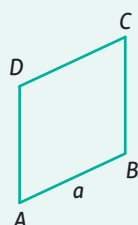
Kosočtverci lze vepsat kružnici. Její průměr je roven vzdálenosti protějších stran.

- 4** Porovnej vlastnosti stran pravoúhelníků a kosoúhelníků. Které vlastnosti jsou stejné? Ve kterých vlastnostech se liší? Využij svá zjištění pro nalezení předpisu pro výpočet obvodu kosočtverce a kosodélníku.



## Obvod kosoúhelníku

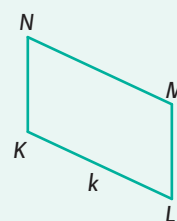
### kosočtverec



Pro obvod kosočtverce se stranou délky  $a$  platí:

$$o = 4 \cdot a$$

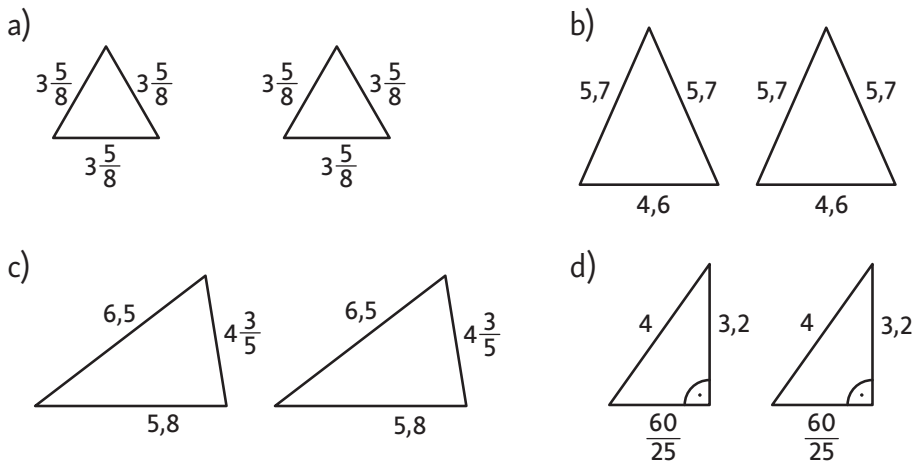
### kosodélník



Pro obvod kosodélníku s délkami sousedních stran  $k, l$  platí:

$$o = 2 \cdot (k + l) = 2 \cdot k + 2 \cdot l$$

**5** **GEOGEBRA** 590 367 Kolik různých kosoúhelníků lze sestavit ze dvou daných shodných trojúhelníků? Načrtni je a urči jejich obvody. Údaje jsou v cm. Mezi všemi kosoúhelníky sestavenými v a)–d) najdi kosoúhelník s největším obvodem a sestroj ho.



**6** Obvod čtyřúhelníku je 19,6 cm. Sestroj odpovídající a) čtverec, b) kosočtverec, c) obdélník, d) kosodélník. Kolik řešení má úloha pro každý z uvedených čtyřúhelníků?

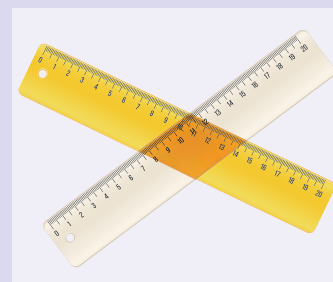
**7** Uvažuj situaci z **úlohy 3** na str. 149, tj. čtyřúhelník ABCD včetně rovnoběžek, v nichž leží jeho strany. Obloučkem vyznač červeně úhel při vrcholu A, modře úhel při vrcholu B. Najdi všechny úhly shodné s úhlem při vrcholu A, vyznač je červeně. Použij poznatky o vrcholových, souhlasných a střídavých úhlech. Totéž proved' odpovídající barvou pro úhel při vrcholu B. Co platí pro protější úhly? Co platí pro sousední úhly?

**POZOR!**

Víš, že ze dvou pravouhlých trojúhelníků nelze sestavit kosočtverec? Zdůvodni.

**SOUVISLOSTI**

Připrav si dvě obdélníková pravítka nebo jedno obdélníkové pravítko a proužek papíru. Polož je přes sebe a pozoruj, jaké čtyřúhelníky můžeš takto vymodelovat.

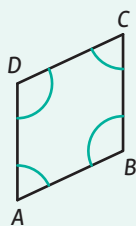


Pracuj s kosodélníkem. Jdi na [www.skolasnadhledem.cz](http://www.skolasnadhledem.cz), zadej kód 590 368.

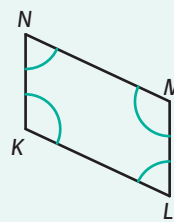


**Vlastnosti vnitřních úhlů kosoúhelníků**

**kosočtverec**



**kosodélník**



**Protější úhly** mají stejnou velikost.

$$|\sphericalangle DAB| = |\sphericalangle BCD|; |\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle CDA|$$

$$|\sphericalangle KLM| = |\sphericalangle MNK|; |\sphericalangle LMN| = |\sphericalangle NKL|$$

**Sousední úhly** nejsou shodné, součtem dvou sousedních úhlů je přímý úhel.

$$\text{např. } |\sphericalangle CDA| + |\sphericalangle DAB| = 180^\circ$$

$$\text{např. } |\sphericalangle LMN| + |\sphericalangle MNK| = 180^\circ$$

Součet všech vnitřních úhlů je  $360^\circ$ .

$$|\sphericalangle DAB| + |\sphericalangle ABC| + |\sphericalangle BCD| + |\sphericalangle CDA| = 360^\circ$$

$$|\sphericalangle NKL| + |\sphericalangle KLM| + |\sphericalangle LMN| + |\sphericalangle MNK| = 360^\circ$$