

# 28-31 ZKOU MÁME ÚTVARY

**CÍL:** Pojmenujeme a hledáme  $n$ -úhelníky. Připomeneme/zavedeme pojmy úhlopříčka, rovnoramenný trojúhelník a pravoúhlost. Zkoumáme vlastnosti  $n$ -úhelníků, rozlišujeme rovnoběžník, pravoúhlý trojúhelník a lichoběžník.

**MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY:** pracovní činnosti

**POMŮCKY:** rýsovací potřeby, čtverečkový sešit, geodesky, čtvrtka

## ČINNOSTI:

**1 MĚŘENÍ. ŘEŠENÍ:** Všechny hledané délky jsou uvedeny v tabulce.

	A	B	C	D	E
A	0	20'	41'	36'	22'
B		0	22'	22'	22'
C			0	14'	32'
D				0	20'
E					0

**2 TROJÚHELNÍKY. ŘEŠENÍ:** Rovnoramenné trojúhelníky jsou  $ABE$ ,  $BCD$ ,  $BCE$ ,  $BDE$ , ostatní trojúhelníky jsou  $ABC$ ,  $ABD$ ,  $ACD$ ,  $ACE$ ,  $ADE$ ,  $CDE$ .

**3 OBSAH A OBVOD.** Děti doposud nepoužívají jednotku  $\text{cm}^2$ , proto obsah určují ve ■. **ŘEŠENÍ:**

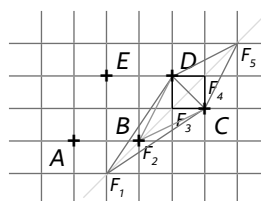
	$\Delta ABC$	$\Delta BCD$	$\Delta ABE$	$\Delta ACE$
S (v $\text{cm}^2$ )	1	1,5	2	3,5
o (v mm)	83+	58+	64+	95+

**4 SHODNÉ TROJÚHELNÍKY. ŘEŠENÍ:** a) Shodné rovnoramenné trojúhelníky jsou  $ABE$  a  $DEB$  (můžeme zapsat  $\Delta ABE \cong \Delta DEB$ ), b)  $\Delta ABD \cong \Delta DEA$ .

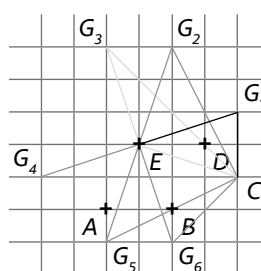
**5 RUDOLF TVRDÍ. ŘEŠENÍ:** Rudolf nemá pravdu. Jeho tvrzení: *Jdou přes dvě* znamená, že úsečka je dlouhá přes dva čtverečky. Neuvědomuje si, že úsečka *jde přes dvě* po každé jinak. Jednou je to strana obdélníku  $2 \times 1$ , podruhé je to jeho úhlopříčka. Pravdu má Lidka.

**TIP:** Během řešení úlohy zopakujeme pojmy rovnoramenný trojúhelník a shodnost. Tvrzení Rudolfa a Lidky shodnost vysvětlují, čehož můžeme využít.

**6 MŘÍŽOVÝ BOD F. ŘEŠENÍ:** Jsou to všechny mřížové body, které leží na ose úsečky  $CD$ . Je jich nekonečně mnoho. Je to i bod  $B$ .



**7 MŘÍŽOVÝ BOD G. ŘEŠENÍ:**



**8 ČTYRÚHELNÍKY. ŘEŠENÍ:** Nalezneme čtyřúhelníky  $ABCD$ ,  $ABCE$ ,  $ABDE$ ,  $ACDE$  a  $BCDE$ . a) rovnoběžník mezi čtyřúhelníky je  $(ABDE)$ , b) lichoběžník není, c) kosočtverec není.

28

## ZKOU MÁME ÚTVARY

Přerýsuji obrázek do centimetrové mříže. V úlohách 1-11 pracuji s tímto obrázkem.

**1** **Prověřím.**  
 $|AB| = 20'$  mm, délka úsečky  $AB$  je přesně 20 mm.  
 $|BE| = 22'$  mm, délka úsečky  $BE$  je trochu delší než 22 mm.  
 $|CE| = 32'$  mm, délka úsečky  $CE$  je trochu kratší než 32 mm.  
 Změřím podobné délky všech úseček určených body  $A, B, C, D, E$ .

**2** **Vypíšu všech deset trojúhelníků určených body  $A, B, C, D$  a  $E$ .**  
 Kolik z nich je rovnoramenných?

**3** **Zjistím obsah a změřím obvod** trojúhelníků  $ABC, BCD, ABE$  a  $ACE$ .

**4** **Mezi trojúhelníky z úlohy 2 najdu dva:**  
 a) shodné rovnoramenné,  
 b) shodné nerovnoramenné.

**5** Rudolf tvrdí, že i trojúhelník  $ADE$  je rovnoramenný, protože ramena  $ED$  a  $AE$  jsou shodná. Říká: „Obě ramena jdou přes dva.“ Lidka nesouhlasí. Říká: „Jdou obě přes dva, ale nejsou stejné.“ Kdo z nich má pravdu?

**6** **Narýsuji mřížový bod  $F$  tak, aby trojúhelník  $CDF$  byl rovnoramenný se základnou  $CD$ .** Najdu více řešení.

**7** **Narýsuji mřížový bod  $G$  tak, aby trojúhelník  $CEG$  byl rovnoramenný se základnou  $CG$ .** Najdu všech šest řešení.

**8** **Vypíšu všech pět čtyřúhelníků určených body  $A, B, C, D$  a  $E$ .** Je mezi nimi  
 a) rovnoběžník, b) lichoběžník, c) kosočtverec?

**9** **Který ze čtyřúhelníků z úlohy 8 má největší a) obsah, b) obvod?**

**10** **Zjistím obsah a změřím obvod** pětiúhelníku  $ABCDE$ .

**11** **Vypíšu všech pět úhlopříček** pětiúhelníku  $ABCDE$ .  
 Která z nich je a) nejdelší, b) nejkratší?

**KOMENTÁŘ:**

Lze očekávat, že rovnoběžník  $ABDE$  budou některé děti považovat za kosočtverec. Když s tím budou všichni souhlasit (což je málo pravděpodobné), necháme chybu bez komentáře, pouze na závěr hodiny řekneme: „Mám dojem, že dnes jsme odsouhlasili jedno chybné tvrzení. Pokuste se doma prověřit vše, co jsme dnes objevili.“

- 9 OBSAH A OBVOD ČTYŘÚHELNÍKŮ.** Obsahy a obvody všech pěti čtyřúhelníků jsou v tabulce. **ŘEŠENÍ:** a) největší obsah mají čtyřúhelníky  $ABCE$  a  $ACDE$ . b) největší obvod má čtyřúhelník  $ACDE$ .

	$ABCD$	$ABCE$	$ABDE$	$ACDE$	$BCDE$
$S$ (v $\text{cm}^2$ )	3,5	4,5	4	4,5	3,5
$o$ (v mm)	92 <sup>+</sup>	96 <sup>+</sup>	84 <sup>+</sup>	97 <sup>+</sup>	78 <sup>+</sup>

- 10 OBSAH A OBVOD PĚTIÚHELNÍKU.** **ŘEŠENÍ:** Obsah pětiúhelníku  $ABCDE$  je 5,5  $\blacksquare$  ( $\text{cm}^2$ ), obvod je přibližně 98 cm.

- 11 ÚHLOPŘÍČKY.** **ŘEŠENÍ:** Úhlopříčky jsou:  $AC$  (41 mm),  $AD$  (36 mm),  $BD$  (22 mm),  $BE$  (22 mm),  $CE$  (32 mm).

- 12 SAMIR.** **ŘEŠENÍ:** Oba mají své šipkové zápisy správně, pouze „šli“ z bodu do bodu jinými cestami – mají jiné pořadí šipek.

- 13 ROVNORAMENNÉ TROJÚHELNÍKY.** Děti zkoumají šipkové zápisy a vyhodnocují, zda je narysovaný, nebo načrtnutý trojúhelník rovnoramenný. Opravy šipkových zápisů mohou provést více způsoby. Uvádíme pouze jeden, nejúspornější. **ŘEŠENÍ:** Trojúhelník  $ABC$  není rovnoramenný. Pokud mezi  $B$  a  $C$  odstraníme jednu  $\uparrow$  a mezi  $C$  a  $A$  jednu  $\downarrow$ , pak se rovnoramenným stane. Trojúhelník  $MNO$  není rovnoramenný, mezi  $M$  a  $O$  vložíme  $\uparrow$  a mezi  $O$  a  $M$  vložíme  $\downarrow$ . Trojúhelník  $RST$  není rovnoramenný, mezi  $R$  a  $S$  odstraníme  $\rightarrow$  a mezi  $S$  a  $T$  odstraníme  $\leftarrow$ .

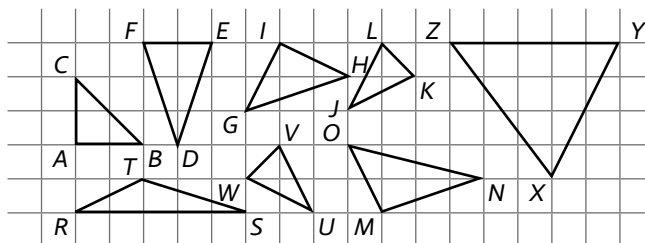
Opravené šipkové zápisy:

$$A \rightarrow \rightarrow B \uparrow \uparrow \leftarrow \leftarrow C \downarrow \downarrow A$$

$$M \rightarrow \rightarrow \rightarrow \uparrow N \uparrow \uparrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow O \downarrow \downarrow \downarrow \rightarrow M$$

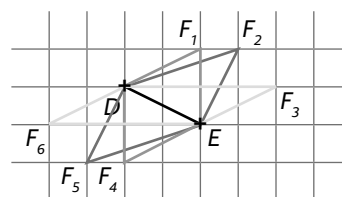
$$R \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow S \uparrow \leftarrow \leftarrow T \leftarrow \leftarrow \downarrow R$$

Aby zápisy na tabuli splňovaly podmínky zadání, je nutné odstranit jeden z trojúhelníků  $JKL$  nebo  $UVW$ . Tyto trojúhelníky jsou shodné. O situaci s dětmi diskutujeme a necháme je argumentovat shodnost.

**KOMENTÁŘ:**

U posledního trojúhelníku  $XYZ$  děti zatím nedokážou s jistotou rozhodnout, zda je, nebo není rovnoramenný. Mohou se přesvědčit měřením, ale jistotu jim v budoucnu dá až Pythagorova věta. Pokud nedojdou ke shodě, zda jsou strany  $YZ$  a  $ZX$  shodné, ponecháme tuto otázku prozatím otevřenou.

- 14 ÚSEČKA.** **ŘEŠENÍ:** Děti mohou najít šest různých bodů  $F$ . Ze šesti nalezených trojúhelníků jsou vždy dva shodné. Viz obrázek.



29

- 12 Samir zapsal podle obrázku trojúhelník BCD šipkovým zápisem**  
 $B \rightarrow \rightarrow \uparrow C \uparrow \leftarrow \leftarrow D \leftarrow \downarrow \downarrow B$ .  
 Tadeáš zapsal tentýž trojúhelník  
 $B \uparrow \rightarrow \rightarrow C \leftarrow \uparrow D \downarrow \downarrow \leftarrow B$ .  
 Kdo má zápis trojúhelníku BCD správně? Proč?



- 13 V 5. B děti hledaly různé rovnoramenné trojúhelníky ve čtvercové mříži.** Pokud nějaký našly, zapsaly ho na tabuli. Některé zápisy však nebyly správné. Rozhodnu které a pokusím se je opravit.

$A \rightarrow \rightarrow B \uparrow \uparrow \leftarrow \leftarrow C \downarrow \downarrow A$   
 $D \rightarrow \uparrow \uparrow E \leftarrow \leftarrow F \downarrow \downarrow \rightarrow D$   
 $G \rightarrow \rightarrow \rightarrow \uparrow H \uparrow \leftarrow \leftarrow I \leftarrow \downarrow \downarrow G$   
 $J \rightarrow \rightarrow \uparrow K \uparrow \leftarrow \leftarrow L \leftarrow \downarrow \downarrow J$   
 $M \rightarrow \rightarrow \rightarrow \uparrow N \uparrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow O \downarrow \downarrow \rightarrow M$   
 $R \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow S \uparrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow T \leftarrow \leftarrow \downarrow R$   
 $U \uparrow \leftarrow \leftarrow V \leftarrow \downarrow W \downarrow \rightarrow \rightarrow U$   
 $X \rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow \uparrow Y \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow Z \downarrow \downarrow \downarrow \rightarrow \rightarrow X$

Pravoúhlý trojúhelník má dvě strany na sebe kolmé?

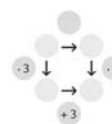
- 14 Narýsuji úsečku  $D \downarrow \rightarrow \rightarrow E$ . Najdu bod  $F$  takový, aby trojúhelník  $DEF$  byl rovnoramenný a na zápis strany  $EF$  mi stačily nejvýše tři šipky. Hledám více řešení.**

- 15 Hledám mřížové pravoúhlé trojúhelníky, na jejichž šipkový zápis potřebuji právě 10 šipek. Kolik jich existuje?**

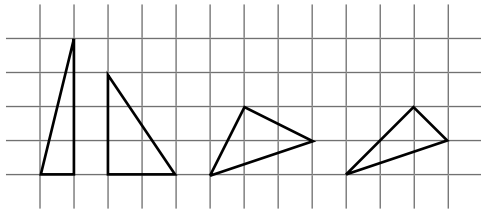
- 16 Najdu nejmenší čtverec, který lze pokrýt pouze parketami:**  
 a) b) c) d)

- 17 Obvod obdélníku je 24 cm. Určím délky jeho stran, když vím, že jeho obsah je:**  
 a) 20 m, b) 11 m, c) 27 m, d) 32 m, e) 35 m.

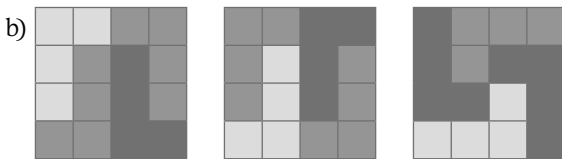
- 18 Vyřeším. Horní šipka je: a) + 2, b) + 3, c) + 4, d) + 5, e) + 6, f) + 10, g) + 23. Hledám trik na řešení těchto úloh.**



**15 PRAVOÚHLÉ TROJÚHELNÍKY. ŘEŠENÍ:** Existují 4 trojúhelníky. Viz obrázek.



**16 PARKETY. ŘEŠENÍ:** Jsou to čtverce a)  $2 \times 2$ , b)  $4 \times 4$  – různá řešení pokrytí parketami např. viz obrázek, c)  $3 \times 3$ , d)  $6 \times 6$ .



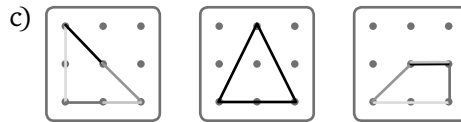
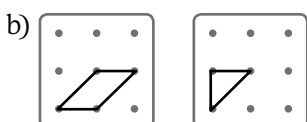
**17 DÉLKY STRAN. ŘEŠENÍ:** a) 10 cm a 2 cm, b) 11 cm a 1 cm, c) 9 cm a 3 cm, d) 8 cm a 4 cm, e) 7 cm a 5 cm.

**18 PS ŠÍPKOVÝ GRAF. ŘEŠENÍ:** Stačí najít vstupní číslo v horním levém kroužku. To je v tabulce:

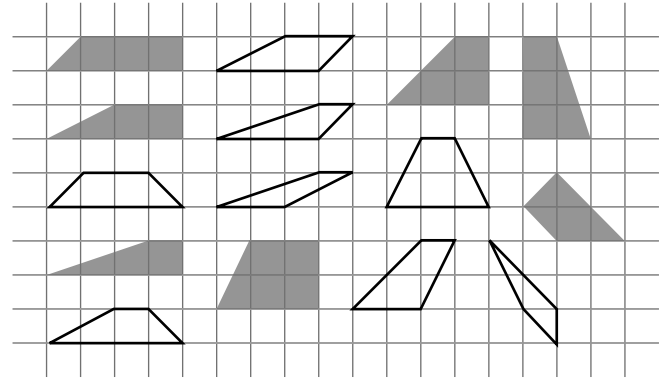
číslo úlohy	a	b	c	d	e	f	g
horní šipka	+2	+3	+4	+5	+6	+10	+23
vstupní číslo	1	3	5	7	9	17	43

**Trik:** Číslo u horní šipky vynásob 2, odečti 3 a máš vstupní číslo.

**19 GEODESKA. ŘEŠENÍ:** a) Monika nemá pravdu. Obsah největšího trojúhelníku jsou 2 ■, obsah největšího lichoběžníku jsou 3 ■. b) Monika má pravdu. Obsah nejmenšího čtyřúhelníku (kosodélníku) je 1 ■, obsah nejmenšího trojúhelníku je  $\frac{1}{2}$  ■. c) Největší trojúhelníky (trojúhelníky s obsahem 2 ■) může Monika na geodesce vymodelovat dva různé, které se liší svým obvodem. V obou případech je jejich obvod větší než obvod nejmenšího lichoběžníku. Monika má tedy pravdu. Pouze u pravoúhlého trojúhelníku však může přesně určit, o kolik se obsahy liší (o jednu šikmou úsečku). V případě ostroúhlého trojúhelníku přesně porovnat obsahy ještě neumí.



**20 MŘÍŽOVÉ LICHOBĚŽNÍKY. ŘEŠENÍ:** Úloha má 15 řešení:



**KOMENTÁŘ:**

Doporučujeme, aby si děti nalezené lichoběžníky zaevidovaly do svého sešitu, nebo pracovního listu, jelikož s nimi budou pracovat v následující úloze.

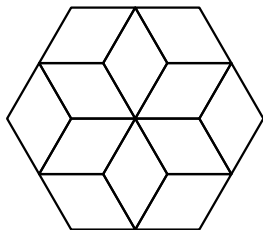
**TIP:** Výhodnou kontrolou řešení je práce ve skupině. Děti svá řešení ve skupině porovnávají s ostatními, nacházejí shodné lichoběžníky (přičemž znovu diskutují nad přímo i nepřímo shodnými), dohledávají a doplňují ty lichoběžníky, které ještě zaevidované nemají. Na závěr porovnáme počet lichoběžníků, které našly jednotlivé skupiny, a pokud se počty liší, děti pracují opět, tentokrát společně.

**21 MARTIN TVRDÍ.** Před řešením úlohy je třeba s dětmi prodiskutovat, jak rozumí pojmu pravoúhlý lichoběžník. Jelikož již děti znají pravoúhlý trojúhelník, mohou se ve svých formulacích opřít o něj. Rozhodnout, zda má Martin pravdu, není snadné, neboť nevíme, kolik lichoběžníků Martin našel. Nelze tady odpovědět jednoznačně, protože odpověď se odvíjí od Martinova řešení. Pravdu mít může, ale také nemusí. **ŘEŠENÍ:** Pokud by Martin našel všechna řešení předchozí úlohy a správně by identifikoval pravoúhlé lichoběžníky, měl by jich najít 7 (šedé na obrázku k předchozí úloze). Pak by pravdu neměl.

**KOMENTÁŘ:**

Pokud děti společnými silami našly všechna řešení (viz TIP výše), zformulovat odpověď na Martinovo tvrzení by jim mělo jít snadněji.

- 22 PS ZKOUMÁM OBRÁZEK. ŘEŠENÍ:** Řešení je na obrázku:



- 23 ČÍSELNÁ OSA. ŘEŠENÍ:** a) 48 mm, b) 64 mm, c) 32 mm, d) 56 mm, e) 80 mm, f) 48 mm.

- 24 ČÍSELNÁ OSA. ŘEŠENÍ:** a) čísla 1 a 5, b) čísla -4 a 4, c) čísla -9 a 1, d) čísla -20 a 0. Číslo -20 na narýsované číselné ose již děti nenajdou, musí ho dopočítat nebo dorýsovat.

- 25 ADAM, BORIS, CYRIL. ŘEŠENÍ:** Cyril má 24 Kč.

- 26 PS ŠIPKOVÉ GRAFY TRIK. ŘEŠENÍ:** Trik Viktorie a Ondry zní: „Horní číslo vynásob 2 a odečti od toho dolní číslo. Dostaneš vstupní číslo.“

- 27 KTERÉ ČÍSLO SI MYSLÍM? ŘEŠENÍ:** a) 5, b) 5, c) 6.

- 28 POLOVINA TYČE. ŘEŠENÍ:** a) 200 cm, b) 300 cm, c) 300 cm, d) 450 cm, e) 300 cm.

- 29 KARTIČKY. ŘEŠENÍ:** Cílem úlohy je vést děti k poznání o důležitosti souboru dat. Popsanou hru mohou hrát dvě děti například tak, že první z nich kartičky uspořádá obrázkem dolů, druhé na jednu kartičku ukáže a první řekne, co na té kartičce je. Uhodne-li, má jeden bod. Pak si děti role vymění a hru sehrají opakovaně několikrát. Ten, který organizuje 12 kartiček pomocí kritérií tvar a barva, jak ukazuje tabulka, bude hádat úspěšněji než ten, jehož uspořádání nebude mít řád.

	3ú	4ú	5ú	6ú
M				
Z				
Ž				

V horním řádku jsou modré, ve středním zelené a v dolním žluté tvary, ve sloupcích jsou postupně 3-, 4-, 5- a 6-úhelníky. Samozřejmě barvy lze uspořádat jakkoli.

Jiná forma této hry využívá dvou stejných sad kartiček. První sadu jeden hráč vyskládá podle svého uvážení lícem nahoru. Pak kartičky obrátíme a hráč dostane druhou sadu. Tu má rozmístit stejně – na každou již položenou kartičku položit stejnou.

30

- 19 Monika modeluje na geodesce a tvrdí, že:**  
 a) obsah největšího trojúhelníku je větší než obsah největšího lichoběžníku,  
 b) obsah nejmenšího čtyřúhelníku, který není čtverec, je dvojnásobkem obsahu nejmenšího trojúhelníku,  
 c) obvod největšího trojúhelníku je větší než obvod nejmenšího lichoběžníku, dokonce může přesně určit o kolik.  
 Má Monika pravdu?  
 Jaký trojúhelník vymodelovala v úloze c)?



- 20 Kolik existuje různých mřížových lichoběžníků, na jejichž šipkový zápis potřebují právě 10 šipek? Narýsují je do centimetrové mříže.**

- 21 Martin tvrdí, že mezi lichoběžníky, které našel v předchozí úloze, je pět pravouhlých. Má Martin pravdu?**

- 22 PS Zkoumám obrázek a dorýsuji ho tak, aby byl složen z 12 kosočtvců a měl tvar pravidelného šestiúhelníku.**



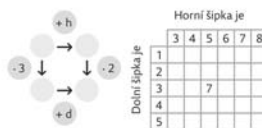
- 23 Narýsují číselnou osu od -10 do +7, na které je vzdálenost dvou sousedních čísel 8 mm. Zjistím, jaká vzdálenost v mm je mezi čísly:**  
 a) 1 a 7, b) -1 a 7, c) 3 a -1, d) -1 a 6, e) -10 a 0, f) -2 a -8.

- 24 Na číselné ose z předchozí úlohy najdu všechna čísla, která jsou:**  
 a) od čísla 3 vzdálena 16 mm, b) od čísla 0 vzdálena 32 mm, c) od čísla -4 vzdálena 40 mm, d) od čísla -10 vzdálena 80 mm.

- 25 Adam, Boris a Cyril mají dohromady 78 Kč. Adam s Cyrilem mají dohromady 51 Kč. Adam má stejně jako Boris. Kolik korun má Cyril?**

31

- 26 PS Viktorie s Ondrou našli trik na řešení všech čtyřúhelníkových grafů jako na obrázku. Spolužákům ukázali, jak lze trik objevit. Stačí vyřešit 30 úloh a výsledky psát do tabulky.**



Jestliže horní šipka je +5 a dolní +3, pak číslo v horním levém rohu je 7.



- 27 Které číslo si myslím?**  
 a) Když k němu přidám čtvrtinu čísla 100, pak mi vyjde číslo 30.  
 b) Když k němu přidám dvojnásobek čísla 12, vyjde mi 29.  
 c) Když k němu přidám pětinu čísla 5, vyjde mi 7.

- 28 Polovina tyče je modrá a třetina zelená. Určím, jak dlouhá je tyč, když vím, že:**  
 a) polovina modré části je 50 cm,  
 b) třetina modré části je 50 cm,  
 c) polovina zelené části je 50 cm,  
 d) třetina zelené části je 50 cm,  
 e) nenatřená část tyče je dlouhá 50 cm.

- 29 Překreslím si 12 uvedených tvarů na 12 kartiček. Pak je rozložím na stole podle vlastního uvážení a obrátím je obrázkem dolů. Požádám kamaráda, aby na některou kartičku ukázal. Řeknu, co je na ní nakresleno. Povede se mi odpovědět správně? Kolikrát?**



- 30 Adam, Boris a Cyril mají dohromady 78 korun. Když dá Adam polovinu svých korun Cyrilovi, budou mít všichni tři stejně. Kolik korun má Cyril?**

**30 ADAM, BORIS, CYRIL. ŘEŠENÍ:** Cyril má 0 Kč. (Adam má 52 Kč, Boris 26 Kč.)

## DIDAKTICKÉ HRY A AKTIVITY

### DIKTÁT CEST

Pokud děti nemají dostatek zkušeností s pohybem po čtvercové mříži a se zakreslováním útvarů z předchozích ročníků, je vhodné zařadit tuto aktivitu. Děti mají čtverečkovaný papír či stírací tabulku s čtvercovou mříží. Diktujeme jim cesty pouze slovně, nemají oporu v šipkovém záznamu. Aktivitu je třeba rozfázovat a zařazovat ji např. v rámci rozcvičky nebo k posílení soustředění dětí.

1. Zpočátku dáváme cesty jednoduché, např.: „Zvolte si bod A uprostřed papíru (tabulky). Soustřeďte se, začínám:

Z A doprava, doprava, nahoru, B. Nahoru, nahoru, doleva, C. Doleva, dolů, dolů, dolů, dolů, A.“

2. Postupně volíme složitější mnohoúhelníky a přidáváme pokyny. Cílem (a zpravidla se ho podaří naplnit) je,

aby se řada dětí „ztratila“. Je třeba domluvit se, že v případě, že se dítě během cesty ztratí, neruší ostatní a čeká. Čím jsou pokyny složitější (např. 9x dopředu), tím více dětí je ztracenějších. To u dětí vzbuzuje potřebu situaci řešit. Záhy se ve třídě ozve: „Nemohl(a) byste říct devět dopředu?“ Dostáváme se tak ke zkrácenému zápisu cest, který díky této aktivitě vychází z aktuálních potřeb dětí.

### HLEDÁNÍ ÚTVARŮ

U úloh, kde děti určují počet řešení výčtem možností (při hledání pravoúhlých trojúhelníků na straně 29 a lichoběžníků na straně 30), se děti zpravidla doberou různých výsledků, zejména je-li možností velké množství. Výhodné je, aby zakreslily na papír každý útvar samostatně. Následně papír rozstříhají po jednotlivých útvarech a buď ve skupině, nebo skupiny mezi sebou mohou stejné útvary přiřazovat k sobě, dohledávat chybějící, porovnávat. Pracují s přímou a nepřímou shodností a souměrností.

## 32-35 DĚLÍME

**CÍL:** Opakujeme algoritmus písemného dělení. Hledáme nástroje, jak dělit dvojciferným číslem. Zkoumáme vlastnosti čísel a vztahy mezi čísly. Řešíme úlohy na mnohé počítání.

**MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY:** vlastivěda – historické osobnosti, přírodověda – vesmír, informatika

**POMŮCKY:** stovková tabulka

### ČINNOSTI:

**1 PARKOVIŠTĚ.** Sledujeme, jak mají děti upevněný algoritmus písemného dělení. **ŘEŠENÍ:** a) 426, b) 284, c) 213, d) 71. Úlohu d) nemusí děti vyřešit. Jak ji vyřešit písemným algoritmem, se dozví v dalších úlohách.

#### KOMENTÁŘ:

Většina dětí dosud nezná algoritmus písemného dělení dvojciferným dělitelem, který tímto připravujeme. Vyplatí se nechat je diskutovat o jejich způsobu řešení úlohy d). Postupují různými způsoby. Někteří odhadnou číslo a násobí ho 12. Jiní si vzpomenou na Kim a postupně dělí dvěma a šesti, případně dvěma, dvěma a třemi, či jiným rozkladem čísla 12 na součin čísel. Kdo má do dělení a násobení dobrý vhled, využije výsledku úlohy c) a vydělí ho třemi.

**2 VYSVĚTLÍM. ŘEŠENÍ:** Cílem úlohy je verbalizovat oba postupy písemných algoritmů používaných dívkami. Tímto děti získávají hlubší porozumění písemnému dělení, bez ohledu na to, který z algoritmů si samy vybírají a používají.

#### ODEHRÁLO SE PŘI VÝUCE:

Viktorie používala při dělení algoritmus tmavovlasé dívky (anglický způsob). Aneta dělila standardně, jako světlovlasá dívka. Postup měla naučený od rodičů, dělila tak proto, že to táta říkal. Postupu nerozuměla. Během sdílení ji zaujal způsob, jakým Viky zapisuje zbytky, a porozuměla celému principu. „Aha,“ vykřikla, „to je dobrý. Ale já si to budu psát takhle.“ Následně si Aneta počestila anglický způsob dělení na svůj:

$$8^2 5^1 2^0 : 3 = 284$$

Ten následně používala, chybovala minimálně a rozuměla tomu, co právě počítá a z jakého důvodu.

**KOMENTÁŘ:**

Podobné situace ve třídě jsou vítané. Je v pořádku, jestliže si děti své algoritmy jakkoli upraví. Důležité je, aby jim fungovaly správně a děti svým postupům opravdu rozuměly.

**3 VYDĚLÍM.** Zatímco v předchozích úlohách si děti připomněly algoritmus písemného dělení prostřednictvím slovní úlohy, nyní si ho připomínáme v číslech. Děti, kterým dělení nečiní potíže, mohou tuto úlohu přeskočit a řešit následující algebrogramy. **ŘEŠENÍ:** (po sloupcích): 366 a 122, 201 (3) a 100 (7), 315 a 105, 853 a 284 (2), 1 703 (1) a 425 (7), 122 (1) a 61 (1), 1 214 a 607.

**KOMENTÁŘ:**

Při numerickém počítání děti sledují, jak se mění podíly v závislosti na poměru dělitelů. U výpočtů, které vedou na podíl beze zbytku, zjistí, že první výsledek ve sloupci je dvoj- (troj-, čtyř-) násobek prvního podílu. Pokud některé z jejich výsledků neodpovídají tomuto poznání, děti dohlédávají chyby.

**4 ALGEBROGRAM.** Úlohu zadáme těm, kteří nemají s algoritmem dělení potíže a mohou předchozí numeraci přeskočit. Klíčem k rychlému řešení je přepis daného algebrogramu do tvaru  $C \cdot CC + A = ABB$ . Když za  $C$  postupně dosadíme číslice 3 až 8, lehce dojdeme k výsledku. **ŘEŠENÍ:** a)  $100 : 3 = 33$  (1), b)  $177 : 4 = 44$  (1), c)  $277 : 5 = 55$  (2), d)  $399 : 6 = 66$  (3), e)  $544 : 7 = 77$  (5), f)  $711 : 8 = 88$  (7), g) nemá řešení, neboť  $2 \cdot 22 = 44$ , a to je pouze dvojciferné číslo.

**5 ZBYTEK 1. ŘEŠENÍ:** Je to číslo 61.

**6 ČÍSLO 169. ŘEŠENÍ:** Tuto vlastnost mají všechna čísla  $n \cdot 168 + 1$ . Hledaná čísla jsou: 337, 505, 673, 841.

**7 ALGEBROGRAMY. ŘEŠENÍ:** Podobně jako u úlohy 4 lze všechny uvedené algebrogramy přepsat na úlohy o násobení. Například algebrogram a)  $ABC : C = CC$  lze psát ve tvaru  $CC \cdot C = ABC$ . Z toho vidíme, že číslo  $C \cdot C$  končí číslicí  $C$ . Takové jsou pouze čtyři číslice: 0, 1, 5 a 6. Číslice 0 a 1 nepřicházejí v úvahu. Proto stačí vyzkoušet číslice 5 a 6. Každá vede k jednomu řešení algebrogramu:  $275 : 5 = 55$  a  $396 : 6 = 66$ . Podobně najdeme další řešení: b)  $125 : 5 = 25$  a  $375 : 5 = 75$ , c)  $225 : 5 = 45$  a  $336 : 6 = 56$ , d)  $575 : 5 = 115$  a  $696 : 6 = 116$ .

**8 PŘEMYSLOVCI. ŘEŠENÍ:** Jedná se o období od roku 1197 (Přemysl Otakar I.) do roku 1306 (vražda Václava III.), tedy dobu 109 let.

**KOMENTÁŘ:**

Výpočet  $1\ 308 : 12$  provádějí děti zatím bez algoritmu dělení, každý vlastní úvahou. Jedno žákovské řešení: 1 200 měsíců je 100 let. Zbývá 108 měsíců, 60 měsíců je 5 let. Zbývá 48 měsíců, to jsou 4 roky. Tedy celkem  $100 + 5 + 4 = 109$  let. Jiné žákovské řešení: Dělim jako Kim, nejprve dvěma, to jde z paměti – 654. To dělim zase dvěma, to je 327, a nakonec třemi, výsledek je 109.

**9 KIM.** Děti mohou využít různé rozklady čísel 12 a 24 na součin. **ŘEŠENÍ:** 56, 60, 64, 28, 30, 32.

**10 ROZKLAD NA SOUČIN. ŘEŠENÍ:** Pokud zvažujeme pouze čísla větší než 1, pak a) máme tři možnosti  $2 \cdot 12$ ,  $3 \cdot 8$  a  $4 \cdot 6$ , b) máme dvě možnosti rozkladu:  $2 \cdot 2 \cdot 6$  a  $2 \cdot 3 \cdot 4$ , c) máme jedinou možnost rozkladu, a to na součin prvočísel, tedy  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ .


**11 MYSLÍM SI ČÍSLO. ŘEŠENÍ:** a) 4, b) 9, c) 24.

32

DĚLÍME

**1** Na parkovišti stálo 852 aut ve a) 2, b) 3, c) 4, d) 12 stejných řadách. Kolik aut stálo v jedné řadě?

Já dělím takto:  
 $852 : 3 = 284$   
 25  
 12  
 0



Já zase takhle:  
 $\begin{array}{r} 284 \\ 8 \overline{) 852} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 17 \phantom{0} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{8} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$

**2** Vysvětlím, jak dělí a jak .

**3** Vydělím.

732 : 2	807 : 4	945 : 3	1706 : 2	3 407 : 2	611 : 5	8 498 : 7
732 : 6	807 : 8	945 : 9	1706 : 6	3 407 : 8	611 : 10	8 498 : 14

**4** Vyřeším algebrogram  $ABB : C = CC$  (A), když vím, že číslice C je: a) 3, b) 4, c) 5, d) 6, e) 7, f) 8, g) 2.

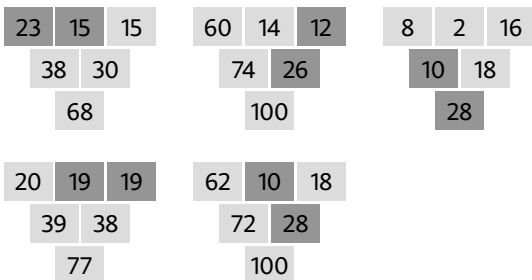
**5** Jedno z čísel 55, 56, ..., 64, 65 má tu vlastnost, že při dělení kterýmkoli z čísel 2, 3, 4, 5 a 6 vyjde zbytek 1. Které je to číslo?

**6** Číslo 169 má tu vlastnost, že při dělení kterýmkoli z čísel 6, 7 a 8 vyjde zbytek 1. Najdu další čtyři trojčíferná čísla mající tuto vlastnost.

**7** Vyřeším algebrogramy.  
 a)  $ABC : C = CC$     b)  $ABC : C = BC$     c)  $AAB : B = CB$     d)  $ABA : A = CCA$

**8** Přemyslovci vládli dědičně Čechám 1308 měsíců. Kolik to bylo let?

**12 SČÍTAČÍ TROJÚHELNÍKY. ŘEŠENÍ:**



**13 VESMÍRNÁ LOĎ. ŘEŠENÍ:** Odstartovala 16. července 1969.

**TIP:** Můžeme děti vyzvat, aby zjistily, zda jsou údaje z úlohy pravdivé.

**14 ELIŠKA A KRÁTKÉ CESTY.** Pokračování úlohy o součtu krátkých cest. Pokud děti v úloze 8 na straně 20 nedošly k obecnému závěru, opět si zvolí číslo A, a prověřují na konkrétních případech a posilují numeraci. Pokud k nějaké formě zobecnění dospěly, oživí si ho a hledají podobné pravidlo v úlohách a) a b). **ŘEŠENÍ:** Eliščino tvrzení platí i pro čísla  $A \rightarrow \rightarrow \downarrow B$ . a) Součet všech krátkých cest je  $10 \cdot (A + B)$ . b) Součet všech krátkých cest je  $15 \cdot (A + B)$ .

**ODEHRÁLO SE PŘI VÝUCE:**

Ve třídě, kde Saša zformulovala pravidlo, které děti společně odhalily při řešení úlohy 8 na straně 20, děti po přečtení zadání ihned prohlásily, že to musí platit i pro cestu „vodorovně“, protože tam také bude 12 čísel.

1	2
11	12
21	22

1	2	3
11	12	13

Vyslovení této myšlenky nahlas vedlo k tomu, že děti upřely pozornost od čísel k počtu cest. Ve skupinách zjistily, že součet v úloze a) bude desetinásobek součtu  $A + B$ , přičemž jedna skupina hned prohlásila, že to další bude 15. Na dotaz učitelky, jak na to tak rychle přišly, vše shrnuly: „Protože je to 5 cest a každá má 6 čísel. Tedy 30 čísel, ze kterých děláme dvojice. Takže polovina je 15. A platí to, předtím to byly 4 cesty, každá měla 5 čísel, to je 20 čísel a polovina je 10.“

**15 PAMĚTNÉ POČÍTÁNÍ GRAF. ŘEŠENÍ:** 82. Při prověrování tvrzení Kristýny zjistíme, že je pravdivé. Na grafu si lze její tvrzení ověřit.

**16 PAMĚTNÉ POČÍTÁNÍ. ŘEŠENÍ:** První řádek: 66, 60, 34, 108, druhý řádek: 56, 42, 72, 20.

**TIP:** Děti, které použijí nějaký trik, budou mít úlohu vyřešenou velmi rychle. Např. v prvním řádku platí tvrzení Kristýny:  $(33 \cdot 4) : 2 = 33 \cdot 2$ ,  $(20 \cdot 9) : 3 = 20 \cdot 3$ , ... Ve druhém řádku se vyplácí komutativnost:  $(72 \cdot 7) : 9 = (72 : 9) \cdot 7$ ,  $(77 \cdot 6) : 11 = (77 : 11) \cdot 6$ , ...

**17 ČÍSLO 36. ŘEŠENÍ:** Taková čísla jsou dvě, 60 a 72.  $60 = 1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$ .  $72 = 1 \cdot 72 = 2 \cdot 36 = 3 \cdot 24 = 4 \cdot 18 = 6 \cdot 12 = 8 \cdot 9$ .

**18 STOVKOVÁ TABULKA.** Cestu zapíšeme pomocí šípek. Jejich součet a zaokrouhlený součet jsou uvedeny v hranatých závorkách za zápisem cesty. V obou případech existují vždy čtyři krátké cesty. Děti si mohou všimnout některých zajímavých vlastností získaných součtů (rozdíly mezi dvěma nejbližšími, opačná pořadí desítek a jednotek apod.).

33

Úloha 3 mi šla dobře, jenom tu poslední neumím. Nevím, jak dělit čtrnácti.

Tak to udělej jako Kim – ta když měla vydělit 8 498 čtrnácti, tak to vydělila nejdřív dvojkou a výsledek sedmičkou. Takhle:

$$\begin{array}{r} 147 \\ 14 \overline{) 1978} \\ \underline{140} \phantom{00} \\ 578 \\ \underline{560} \phantom{00} \\ 180 \\ \underline{140} \phantom{00} \\ 400 \\ \underline{420} \phantom{00} \\ 200 \\ \underline{140} \phantom{00} \\ 600 \\ \underline{560} \phantom{00} \\ 400 \\ \underline{420} \phantom{00} \\ 200 \end{array}$$

Vyzkoušej to.

**9** Vydělím jako Kim:  $672 : 12$ ,  $720 : 12$ ,  $768 : 12$ ,  $672 : 24$ ,  $720 : 24$ ,  $768 : 24$ .

**10** Číslo 24 mohou napsat jako součin a) dvou, b) tří, c) čtyř čísel větších než 1. Kterých? Hledám všechny možnosti.

**11** Které číslo si myslím?  
a) Jeho trojnásobek je stejný jako dvojnásobek čísla 6.  
b) Jeho pětinasobek je stejný jako trojnásobek čísla 15.  
c) Je čtyřnásobkem nejmenšího čísla, které lze vydělit dvěma i třemi beze zbytku.

**12** **PS** Doplním tak, aby byl součet barevných polí 38.

15	14	16	20	18
30	100	18	77	72

**13** Vesmírná loď Apollo 11 přistála na Měsíci 20. července 1969. Letěla tam 103 hodin. Kterého dne odstartovala? Ověřím, zda jsou údaje pravdivé.

**14** Eliška stále prověřovala všechny krátké cesty od čísla A k číslu B jako v úloze 6/2c. Zjistila, že její poznatek (viz str. 20/8) platí i pro čísla  $A \rightarrow \rightarrow \downarrow B$ . Prověřím Eliščino tvrzení. Pokusím se odhalit podobné pravidlo pro čísla: a)  $A \rightarrow \rightarrow \downarrow B$ , b)  $A \rightarrow \rightarrow \rightarrow \downarrow B$ .

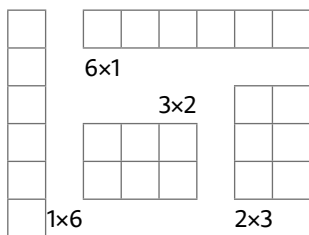
### ŘEŠENÍ:

a)  $2 \rightarrow 3 \downarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 15$  [47] [50],  
 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \downarrow 14 \rightarrow 15$  [38] [40],  
 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \downarrow 15$  [29] [30],  
 $2 \downarrow 12 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 15$  [56] [60],

b)  $2 \rightarrow 3 \downarrow 13 \downarrow 23 \downarrow 33$  [74] [70],  
 $2 \downarrow 12 \rightarrow 13 \downarrow 23 \downarrow 33$  [83] [80],  
 $2 \downarrow 12 \downarrow 22 \rightarrow 23 \downarrow 33$  [92] [90],  
 $2 \downarrow 12 \downarrow 22 \downarrow 32 \rightarrow 33$  [101] [100].

**19 STOVKOVÁ TABULKA. ŘEŠENÍ:** Součty cest jsou:  $71 + 72 + 62 + 52 + 53$  a  $71 + 61 + 62 + 63 + 53$ . Obě cesty mají součet 310.

**20 STÁNA. ŘEŠENÍ:** Obdélníky, které obsahují 6 čísel, může Stáňa najít čtyři ( $1 \times 6$ ,  $6 \times 1$ ,  $3 \times 2$  a  $2 \times 3$ ). Pouze obdélník  $3 \times 2$  (umístěný kamkoli do stovkové tabulky) však splňuje podmínku, že součet čísel uvnitř obdélníku se dá vydělit 6 beze zbytku. Platí, že  $n \downarrow (\underline{n} + 10) \rightarrow (n + 11) \rightarrow (n + 12) \uparrow (n + 2) \leftarrow (n + 1)$ , součet je tedy  $n + (n + 10) + (n + 11) + (n + 12) + (n + 2) + (n + 1) = 6 \cdot n + 36 = 6 \cdot (n + 6)$ . Jelikož ostatní obdélníky podmínku nesplňují, Stánino tvrzení neplatí.



**TIP:** Můžeme děti vyzvat, aby pozměnily Stánino tvrzení tak, aby platilo pro všechny obdélníky obsahující šest čísel. Např. všechna čísla se dají vydělit třemi beze zbytku. Pro součet čísel v obdélníku  $1 \times 6$  platí  $3 \cdot (2n + 50)$ , pro součet čísel v obdélníku  $6 \times 1$  platí  $3 \cdot (2n + 5)$ , pro součet čísel v obdélníku  $3 \times 2$  platí  $3 \cdot (2n + 12)$  a pro součet čísel v obdélníku  $2 \times 3$  platí  $3 \cdot (2n + 21)$ .

**21 PS VÝSTAVIŠTĚ. ŘEŠENÍ:** Řešení prvních tří výstavišť je na obrázku. Řešení dětí mohou být i jiná. Poslední výstaviště nemá řešení. Zajímavá bude diskuse, z jakého důvodu je výstaviště neřešitelné.

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10
15	14	13	12	11
16	17	18	19	20
25	24	23	22	21

5	6	7	8
4	13	12	9
3	14	11	10
2	15	16	17
1	20	19	18

14	15	20	19
13	16	17	18
12	7	6	1
11	8	5	2
10	9	4	3

### KOMENTÁŘ:

Děti ponecháme argumentovat, proč řešení třetího výstaviště nelze nalézt. Argumentem může být, že sudá a lichá čísla tvoří ve výstavišti šachovnicový vzor – zde to číslo 13 narušuje. Dalšími argumenty může být: „Od 8 se k 13 nedostanu, protože je to až pátá místnost. Musela by být čtvrtá.“ Nebo: „Místo 13 by musela být místnost 14.“

**TIP:** Děti, které rády experimentují s výstavišti, vyzveme, aby u posledního výstaviště přesunutím jednoho čísla vytvořily výstaviště řešitelné.

**22 CYRIL A METODĚJ.** Problémová úloha, k jejímuž vyřešení musí děti nalézt, zvážít a aplikovat řadu podmínek. První z nich je, zjistit (pokud nevědí), odkud Cyril a Metoděj putovali (ze Soluně). Dále pak vyhledat přibližnou délku trasy, kterou museli absolvovat. Již toto je diskutabilní, protože nelze přesně určit, kudy vlastně šli. Poté musí zvážít řadu podmínek (spánek, odpočinek, zastávky atd). **ŘEŠENÍ:** Řada dětí uchopí úlohu zkratkovitě a vydělí počet zjištěných kilometrů rychlostí 5 km/hodinu. O tomto řešení diskutujeme. Správné řešení nelze najít, jenom se k němu můžeme přiblížit podle toho, jaké podmínky zvažujeme a z jakých údajů vycházíme. Úloha cílí na argumentaci a obhajobu vlastního řešení.

34

**15 Vypočítám z paměti**  $(41 \cdot 6) : 3 = \dots$ .  
 Kristýna se na úlohu podívala a hned řekla výsledek 82. Pak vysvětlila, že vynásobit číslo šesti a pak ho vydělit třemi je totéž jako původní číslo násobit dvěma. Nakreslila trojúhelníkový graf a řekla: „Ať dám do žlutého pole jakékoli číslo C, bude pokaždé  $(C \cdot 6) : 3 = C \cdot 2$ .“ Proveřím Kristýnin trik pro několik čísel.

**16 Vypočítám z paměti.**  
 $(33 \cdot 4) : 2$        $(20 \cdot 9) : 3$        $(17 \cdot 14) : 7$        $(54 \cdot 6) : 3$   
 $(72 \cdot 7) : 9$        $(77 \cdot 6) : 11$        $(45 \cdot 8) : 5$        $(32 \cdot 5) : 8$

**17 Číslo 36 je možné vyjádřit pěti způsoby jako součin dvou přirozených čísel:**  
 $36 = 1 \cdot 36 = 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$ . Najdu dvojčíferné číslo, které je možné zapsat šesti různými způsoby jako součin dvou přirozených čísel.

**18 Ve stovkové tabulce najdu všechny krátké cesty:** a) od 2 k 15, b) od 2 k 33. Zjistím jejich součty a zaokrouhlím je na desítky.

**19 Najdu ve stovkové tabulce dvě různé cesty od čísla 71 k číslu 53, jejichž součet je stejný.** Každá z hledaných cest obsahuje pět čísel.

**20 Stáňa vyznačila ve stovkové tabulce obdélník obsahující 6 čísel.** Zjistila, že se součet těchto čísel dá vždy vydělit šesti beze zbytku. Tvrdí, že to platí pro všechny obdélníky obsahující šest čísel. Najdu Stánino obdélník a rozhodnu, zda má Stáňa pravdu.

**21 PS Vyřeším výstaviště.**

**22 Jakou nejkratší dobu mohli věrozvěstové Cyril a Metoděj strávit cestováním na Velkou Moravu? Svoji odpověď co nejpřesněji zdůvodním.**



### ODEHRÁLO SE PŘI VÝUCE:

Při online výuce děti řešily úlohu o cestě Cyrila a Metoděje. Část dětí pouze zjistila pěší vzdálenost Soluň–Praha (někteří je nechali jít po dálnici) a počet zjištěných kilometrů vydělila 5. Větší část dětí zvážila i dobu odpočinku. Našli se však i tací, kteří písemně a přesně vyargumentovali své řešení. Například Yasminka:

„Podle stránky Mapy.cz je Soluň od Prahy vzdálená 2 433,3 km (pěší chůze). Na stránce Mapy.cz jsem si vyhledala trasu Soluň–Praha a zvolila pěší trasu (protože přes silnice a dálnice nemohli Cyril s Metodějem tenkrát jít). Stránka mi našla tři možné trasy a tak jsem vybrala tu prostřední (na počet kilometrů).“ Přiložena byla mapa s vyznačenými třemi trasami. „Cyril a Metoděj ujdou 5 km/hod. Když vezmu, že šli každý den 10 hodin, takže denně ušli 50 km, znamená to, že musím počítat:  $2\,433,3 : 50 = 48,666$ . Zaokrouhlím na 49. To znamená, že by jim cesta trvala přibližně 49 dní (= 1 176 hodin).“

### KOMENTÁŘ:

Ve všech úlohách lze použít tvrzení Kristýny. Pak jsou úlohy snadné a rychle řešitelné. Pokud děti fintu Kristýny nepoužijí, pak v úloze  $(21 : 2) \cdot 6$  vznikne problém. Číslo  $21 : 2$  není přirozené. Co s tím? Lze očekávat, že děti výpočet prověří pomocí kalkulačky, nebo použijí desetinné číslo a napíší  $21 : 2 = 10,5$  a  $10,5 \cdot 6 = 63$ , nebo operace prohodí a napíší  $(21 : 2) \cdot 6 = (21 \cdot 6) : 2 = 126 : 2 = 63$ . Je rozumné dát prostor každé myšlence, která zazní. Stejně potíže jsou i u dalších dvou úloh. Dodejme, že podobný problém řešily děti již v prvním ročníku při výpočtu  $4 - 7 + 5$ . Úlohu  $4 - 7$  nemohly vypočítat, protože záporná čísla ještě neznaly. Úlohu však bylo možné řešit krokovaním nebo využitím komutativnosti:  $4 - 7 + 5 = 4 + 5 - 7 = 2$ .

**23 PAMĚTNÉ POČÍTÁNÍ GRAF. ŘEŠENÍ:** 252. Při prověření tvrzení Kristýny zjistíme, že je pravdivé. Na grafu si lze její tvrzení ověřit.

**24 PAMĚTNÉ POČÍTÁNÍ. ŘEŠENÍ:** První řádek: 32, 130, 108, 63, druhý řádek: 148, 63, 154, 72.

**25 PS PAVUČINA. ŘEŠENÍ:** Jsou popsána v tabulkách. Například u druhé pavučiny v úloze d), kde  $S = 20$ , máme dvě řešení. U prvního řešení je vstupní číslo 0 a žlutá šipka je 5. U druhého je vstupní číslo 5 a žlutá šipka je 2.

součet $S =$	7	11	13	20	23
--------------	---	----	----	----	----


první pavučina	vstupní číslo	2	4	1	2	5	1	4	7	1	4	7	10
	žlutá šipka	1	1	3	3	1	6	4	2	7	5	3	1

druhá pavučina	vstupní číslo	1	3	4	0	5	4	9					
	žlutá šipka	1	1	1	5	2	3	1					

třetí pavučina	vstupní číslo	0	2	3	3	1	8					
	žlutá šipka	1	1	1	2	3	1					

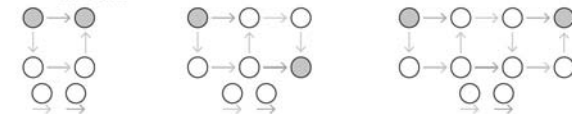
35

**23 Vypočítám zpaměti**  $(63 : 2) \cdot 8 = \dots$ .  
Kristýna se na úlohu podívala a hned řekla výsledek 252. Pak vysvětlila, že vydělí číslo dvěma a pak ho vynásobí osmi je totéž jako původní číslo násobit čtyřmi. Nakreslila trojúhelníkový graf a řekla: „Ať dám do žlutého pole jakékoli číslo  $\checkmark$ , bude pokaždé  $(\checkmark : 2) \cdot 8 = \checkmark \cdot 4$ .“ Prověřím Kristýnin trik pro několik čísel.



**24 Vypočítám zpaměti.**  
 $(16 : 4) \cdot 8$        $(65 : 5) \cdot 10$        $(54 : 3) \cdot 6$        $(21 : 3) \cdot 9$   
 $(72 : 3) \cdot 6$        $(21 : 2) \cdot 6$        $(77 : 3) \cdot 6$        $(36 : 5) \cdot 10$


**25 PS Vyřeším pavučinu, když znám součet S čísel ve dvou žlutých polích. Hledám více řešení.**



a)  $S = 7$ , b)  $S = 11$ , c)  $S = 13$ , d)  $S = 20$ , e)  $S = 23$ .

**26 Prověřím, zda jsou údaje o narození a úmrtí pravdivé. Nepravdivé opravím.**  
 Josef Kajetán Tyl      MDCCVIII – MDCLVI  
 Karel Čapek      MDCCCXC – MCMLXXXIII  
 Jan Werich      MCMV – MCMLXXX

**27 Po prababičce máme velké hodiny. Biji jednou, když je velká ručička na čísle III nebo IX, a dvakrát, když je velká ručička na čísle VI. Když je velká ručička na čísle XII, biji nejprve čtyřikrát a po třech vteřinách ještě tolikrát, na jakém čísle je malá ručička. Tak v pět hodin biji čtyřikrát a po 3 vteřinách ještě pětkrát. Krátce po deváté, když jsem uléhal, jsem slyšel jeden úhoz. Chvilí jsem si četl a slyšel jsem 2 úhozy. Když jsem usinal, slyšel jsem jeden úhoz. V kolik hodin zazní další úhozy? Kolik jich bude?**



**26 PROVĚŘÍM ÚDAJE. ŘEŠENÍ:** Josef Kajetán Tyl (1808 – 1856) – oba údaje jsou nepravdivé, u obou chybí C. Správně je MDCCCVIII – MDCCCLVI. Karel Čapek (1890 – 1938) – údaj o narození je pravdivý, údaj o úmrtí nepravdivý, místo 1938 je 1983. Správné datum úmrtí je tedy MCMXXXVIII. Jan Werich (1905 – 1980) – oba údaje jsou pravdivé.

**27 HODINY. ŘEŠENÍ:** Uléhal jsem ve čtvrt na deset, četl jsem si do půl desáté, usinal jsem a hodiny odbíjely tři čtvrtě na deset, další úhozy zazní v deset hodin a bude jich čtrnáct (oznamují celou hodinu a po třech vteřinách ještě deset).

## DIDAKTICKÉ HRY A AKTIVITY

### NÁSOBILKA S KOSTKAMI

**Nejjednodušší varianta:** Hrají trojice. Jeden hráč hází, druhý hádá, třetí dohlíží na korektnost hry. První hodí dvěma kostkami. Čísla, která na kostkách padnou, vynásobí a řekne výsledek. Např. padne 4 a 3, házející vysloví: 12. Hádač hádá, jaká čísla padla.

**Náročnější varianta:** Probíhá stejně, jen máme jednu červenou a dvě modré kostky. Po hodu hráč sečte puntíky na modrých kostkách a tento součet vynásobí číslem z červené kostky. Do hry tak vstupují vyšší čísla. Podobně můžeme mít dvě červené a dvě modré kostky, pak součet modrých kostek násobíme součtem červených kostek.

### TVORBA SLOVNÍCH ÚLOH

Každé dítě má čtyři lístečky různých barev, např. červený, bílý, modrý a žlutý. Na červený napíše podstatné jméno, na bílý sloveso, na modrý čtyřciferné číslo a na žlutý jednociferné číslo. Vybereme lístečky od dětí, které se rozdělí do skupin. Každá skupina si vylosuje tři podstatná jména, dvě slovesa a jedno čtyřciferné a jedno jednociferné číslo. Vše musí použít v jimi vytvořené slovní úloze, která musí obsahovat operaci dělení. Cokoli dalšího mohou pochopitelně přidat, včetně dalších operací. Vznikají zajímavé příběhy. Důležitý je závěrečný rozbor vytvořených úloh – dodržení podmínek, zpřesňování formulací, dotváření úlohy a její vyřešení.

## 36–39 ZKOU MÁME ZLOMKY A DESETINNÁ ČÍSLA

**CÍL:** Opakujeme kmenové zlomky, seznamujeme se se zlomky nekmenovými.

**MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY:** vlastivěda – Slovensko

**POMŮCKY:** barevné trojice, kruhové zlomky, pravítko, měřítko

### ČINNOSTI:

**1 ČÁSTI KRUHŮ A OBDÉLNÍKŮ.** Opakujeme kmenové zlomky. **ŘEŠENÍ:** Řešení uvádíme v pořadí žlutá, zelená,

$$\text{modrá. } A = \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, B = \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, C = \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2},$$

$$D = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, E = \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, F = \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}.$$

#### KOMENTÁŘ:

Může se stát, že modrou část kruhů B a C již nyní některé děti nezapišou jako kmenový zlomek, ale místo  $\frac{1}{2}$  napíší  $\frac{2}{4}$  (B) nebo  $\frac{3}{6}$  (C).

O tomto zápisu s dětmi diskutujeme a zjišťujeme, jak zápisu nekmenového zlomku rozumí.

**2 JANA A PETR.** Připravujeme nekmenové zlomky – v čitateli je číslo větší než 1. Jana a Petr zapsali modrou část jako součet kmenových zlomků. Úloha má dva hlavní cíle. Prvním cílem je uchopení nekmenového zlomku jako opakované sčítání či násobení ( $3 \cdot \frac{1}{5}, 4 \cdot \frac{1}{6}$ ). Druhým cílem je vyvolání potřeby zjednodušení, je snazší zapsat např.  $\frac{7}{8}$ , nežli  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \dots + \frac{1}{8}$ .

**TIP:** K vyvolání potřeby zjednodušení zápisu můžeme dětem nakreslit na tabuli kruh rozdělený na osminy, z nichž sedm jich je vybarveno, a vyzvat je k zápisu vybarvené části jako Jana a Petr. Stejným způsobem můžeme zadat  $\frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$  apod. Ve snaze ulehčit si práci se zapisováním se zpravidla několik dětí ozve s protestem: „To můžu rovnou napsat  $\frac{11}{12}$ !“

**3 ČÁSTI OBDÉLNÍKU.** Pokud dosud nebyl v předchozích úlohách diskutován zápis části pomocí nekmenového zlomku, k diskusi dojde v této shrnující úloze. Děti, které mají již pojem ujasněn ve slovech, nyní nekmenový zlomek i zapisují. **ŘEŠENÍ:** Oranžová část je  $\frac{1}{7}$ . U žluté a modré části děti nemohou použít k zápisu jeden kmenový zlomek. Sledujeme, jak části zapisují. Každý může po zkušenosti s předchozí úlohou zapsat žlutá =  $\frac{1}{7} + \frac{1}{7}$  a modrá =  $\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$ . Pokud se objeví i zápisy  $ž = \frac{2}{7}, m = \frac{4}{7}$ , vyhodnotíme, zda je tento zápis stejný jako zapsané součty. Pokud se zápis pomocí nekmenových zlomků neobjeví, diskutujeme o zápisu dívky (v bublině).

**4 MODRÁ ČÁST.** V této úloze již budeme trvat na zápisu pomocí nekmenového zlomku. **ŘEŠENÍ:**  $\frac{4}{7}$ .

**5 MODRÉ ČÁSTI.** **ŘEŠENÍ:** Jana  $\frac{3}{5}$ , Petr  $\frac{4}{8}$ .