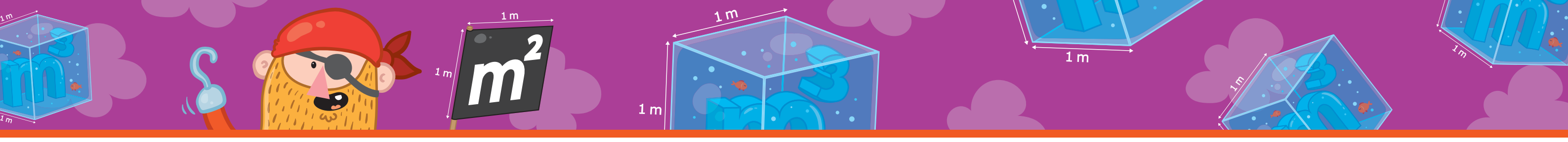


Třetí mocnina a její vlastnosti

Ondra byl na prázdninách u dědy v jižních Čechách. Na výletě objevili zajímavý žulový pomník, který je věnován kostce cukru. Děda má rád matematiku, a tak dal Ondrovi otázku, která s pomníkem souvisí.

Úkol

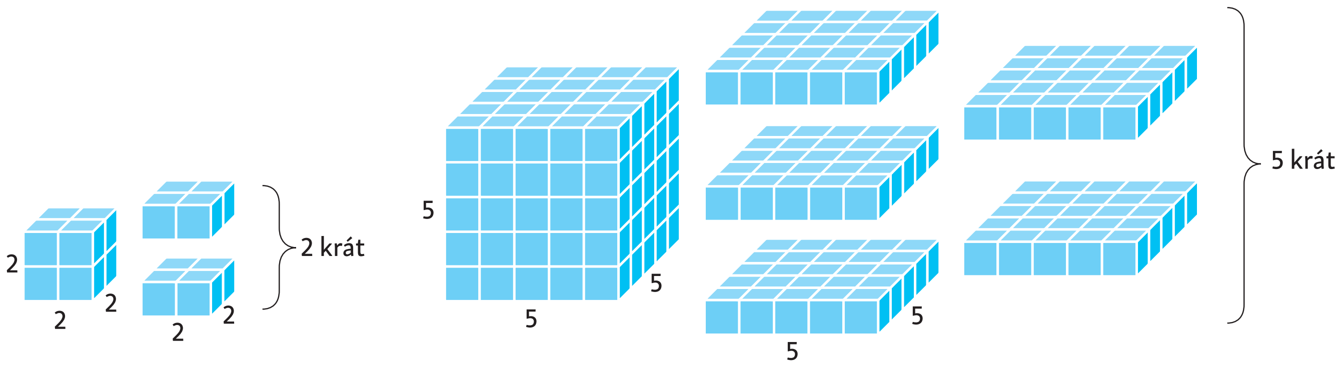
„Kolik kostek cukru bude v krychlové krabičce, jejíž hrana má délku jako dvě kostky nebo jako pět kostek?“

Řešení

- Ondra si nakreslil obrázek a uvažoval: „Na obrázku mám obě krabičky i jejich ‚rozřezání‘ na jednotlivé vrstvy kostek.“
- V obou případech je hledaný počet kostek součinem tří stejných čísel ($2 \cdot 2 \cdot 2$, $5 \cdot 5 \cdot 5$). Jedno z čísel představuje počet kostek v řádku, druhé počet kostek ve sloupci a třetí počet vrstev.
- Nyní Ondra snadno spočítal, že v malé krabičce bude $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ kostek, zatímco ve velké bude $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ kostek.

SOUVISLOSTI

Najdi město, ve kterém je pomník na obrázku, a zjisti něco o jeho historii.



Třetí mocnina

- Součiny tří stejných čísel $2 \cdot 2 \cdot 2$ nebo $5 \cdot 5 \cdot 5$ zapisujeme zkráceně ve tvaru třetí mocniny.
- Výrazy 2^3, 5^3, 11^3 (čteme dvě na třetí, pět na třetí, jedenáct na třetí) nazýváme **třetí mocniny**.
- **Třetí** mocnina znamená součin **tří** stejných činitelů. Napíšeme-li např. součin $6 \cdot 6 \cdot 6$ jako mocninu 6^3, stává se činitel **6 základem mocniny**, počet činitelů **3** je **mocnitel (exponent)** mocniny.

mocnitel (exponent)

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a}_{\text{3krát}} = a^3$$

základ mocniny

1 Zapiš součiny jako třetí mocniny.

a) $6 \cdot 6 \cdot 6$

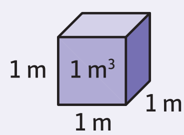
b) $0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9$

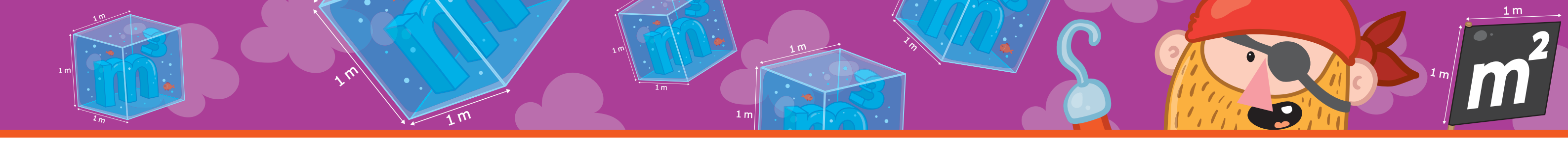
c) $8 \cdot 8 \cdot 8$

d) $31 \cdot 31 \cdot 31$

SOUVISLOSTI

Víme, že krychle o straně délky 1 m má objem 1 m^3.
$1\,\text{m} \cdot 1\,\text{m} \cdot 1\,\text{m} = (1 \cdot 1 \cdot 1)\,(\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{m}) = 1\,\text{m}^3$





2 Zapiš třetí mocniny jako součiny.

a) $0{,}7^3$ c) $2{,}57^3$

b) 11^3 d) $27 \cdot 2^3$

3 Vypočítej.

a) 2^3 c) 5^3 e) 3^3

b) $0{,}5^3$ d) $0{,}1^3$ f) 6^3

4 Vypočítej a porovnej s výsledky předchozí úlohy 3.

a) $(-2)^3$ c) $(-5)^3$ e) $(-3)^3$

b) $(-0{,}5)^3$ d) $(-0{,}1)^3$ f) $(-6)^3$

POZOR!

Třetí mocnina **kladného** čísla je **kladné** číslo!
Např.: $4^3 = 64$, $0{,}7^3 = 0{,}343$

Třetí mocnina **záporného** čísla je **záporné** číslo!
Např.: $(-4)^3 = -64$, $(-0{,}7)^3 = -0{,}343$

5 Vypočítej objem krychle o straně délky:

a) 600 mm; b) 60 cm; c) 6 dm; d) 0,6 m.

6 Nauč se zpaměti alespoň „modrou“ část tabulky třetích mocnin.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1 000

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 1

Vypočítej a pak porovnej, kolika nulami končí zápis čísla a kolika nulami končí zápis jeho třetí mocniny:
20^3; 40^3; 500^3

Řešení

Písemným vynásobením zjistíme, že $20^3 = 8\,000$, $40^3 = 64\,000$, $500^3 = 125\,000\,000$. Porovnáme-li počty nul „na konci čísla“, vidíme, že třetí mocnina má u všech zkoumaných čísel trojnásobný počet nul než číslo samotné. To **není náhoda**. Ke stejným výsledkům dojdeme i s využitím vlastností násobení:

- $20^3 = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 = 2^3 \cdot 10^3 = 8 \cdot 1\,000 = 8\,000$
- $40^3 = 40 \cdot 40 \cdot 40 = 4 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10 = 4^3 \cdot 10^3 = 64 \cdot 1\,000 = 64\,000$
- $500^3 = 500 \cdot 500 \cdot 500 = 5 \cdot 100 \cdot 5 \cdot 100 \cdot 5 \cdot 100 = 5^3 \cdot 100^3 = 125 \cdot 1\,000\,000 = 125\,000\,000$

Třetí mocnina součinu

- Pro každá dvě čísla a, b platí: $(a \cdot b)^3 = a^3 \cdot b^3$.
  Např. $(3 \cdot 11)^3 = 3^3 \cdot 11^3$. Třetí mocnina součinu dvou čísel je rovna součinu třetích mocnin těchto čísel.
- Třetí mocninu celého čísla zakončeného nulami vypočteme jako třetí mocninu čísla vzniklého vynecháním těchto nul, za kterou připíšeme trojnásobný počet (vynechaných) nul.
- Všimni si:

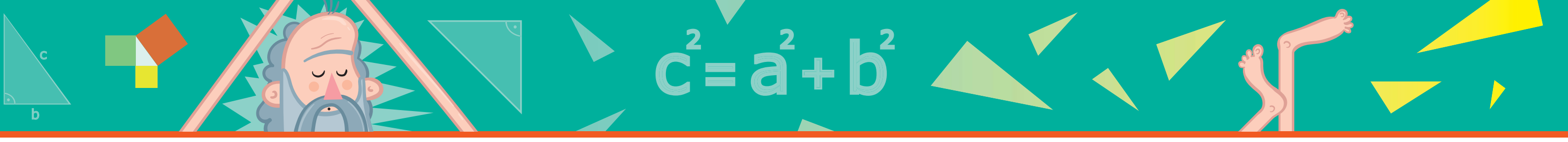
$$\begin{aligned} 10^3 &= 1\,\boxed{000} \\ 100^3 &= 1\,\boxed{000\,000} \\ 1\,000^3 &= 1\,\boxed{000\,000\,000} \end{aligned}$$

trojnásobný počet nul

7 Vypočítej 30^3, 800^3 a 110^3.

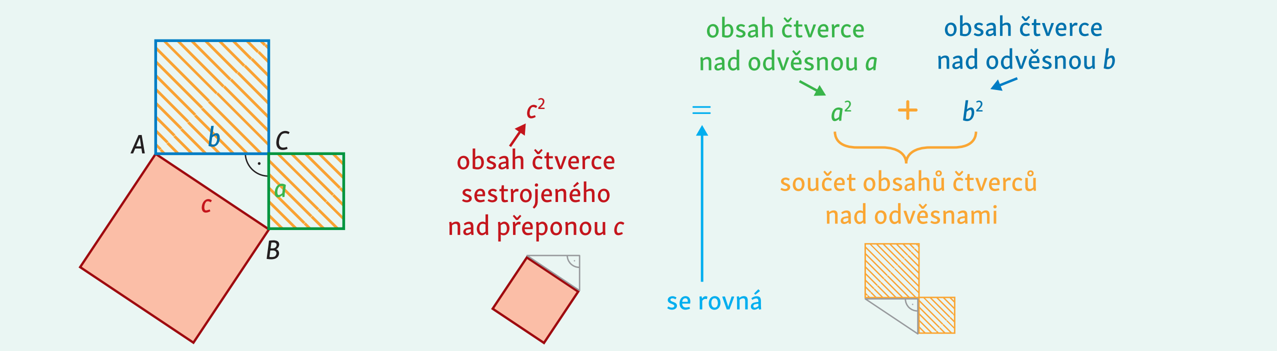
8 Vypočítej x tak, aby platily rovnosti.

a) $2^3 \cdot x = 6^3$ b) $x \cdot 9^2 = 27^3$ c) $2^3 \cdot 9^2 \cdot x = 36^3$ d) $2 \cdot 5^3 \cdot x = 1\,000$



Pythagorova věta

- Obsah čtverce, který je sestrojen nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku, je roven součtu obsahu čtverců, které jsou sestrojeny nad jeho odvěsnami.
- Pro pravoúhlý trojúhelník *ABC* s pravým úhlem u vrcholu *C* tak platí vztah $c^2 = a^2 + b^2$.



ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2

Vypočítej délku přepony *k* pravoúhlého trojúhelníku s vrcholy *K*, *L* a *M*, jestliže jeho odvěsny mají délky $l = 11$ cm a $m = 60$ cm. U kterého vrcholu má tento trojúhelník pravý úhel?

Řešení

K výpočtu využijeme Pythagorovu větu. Obsah čtverce nad přeponou *k* je k^2. Součet obsahů čtverců nad odvěsnami o délkách *l* a *m* je l^2 a m^2. Z Pythagorovy věty víme, že jsou si tyto obsahy rovny (cm² na chvíli vynecháme):

$k^2 = l^2 + m^2$

$k^2 = 11^2 + 60^2$

$k^2 = 121 + 3\,600 = 3\,721$

Pro obsah čtverce o délce strany *k* jsme vypočítali:

$k^2 = 3\,721 \text{ cm}^2$

Odmocněním vypočítáme:

$k = \sqrt{3\,721} \text{ cm}$

$k = 61 \text{ cm}$

Přepona zadaného trojúhelníku má délku 61 cm. Pravý úhel je u vrcholu *K*.

POZOR!

Je-li $k = 11$ cm, potom $k^2 = 121 \text{ cm}^2$ a je to opravdu obsah čtverce o délce strany 11 cm. V delších výpočtech někdy jednotku obsahu, to je např. cm², v zápisech vynecháváme. Nikdy však neuděláš chybu, když budeš jednotky psát všude, kam patří.

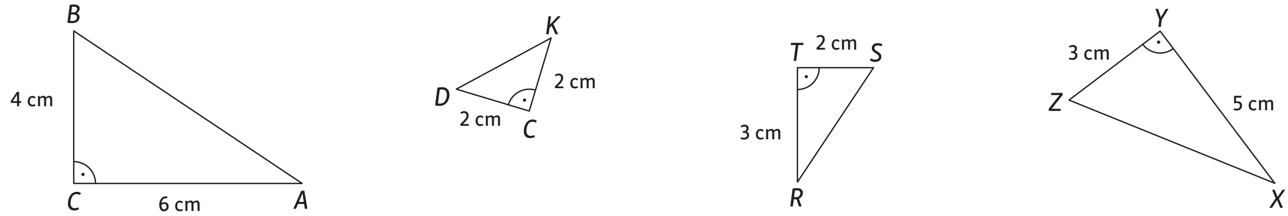
SOUVISLOSTI

- Pomocí Pythagorovy věty můžeme dopočítat třetí stranu pravoúhlého trojúhelníku, pokud dvě známe.
- Pythagoras žil v 6. stol. př. n. l. a byl to antický filozof.
- Pythagorova věta byla známa už například v Číně dávno před tím, než Pythagoras žil.
- Pythagoras se proslavil tím, že větu dokázal. To znamená, že zdůvodnil, že její známý vztah platí opravdu pro každý pravoúhlý trojúhelník.
- Pythagorova věta platí, i když v ní čtverce nahradíš rovnostrannými trojúhelníky nebo pravidelnými *n*-úhelníky!

PŘIPOMEŇ SI

Všimni si, že při výpočtu délek stran pravoúhlého trojúhelníku pomocí Pythagorovy věty používáme odmocňování! Odmocnina z přirozeného čísla nemusí být vždy číslo přirozené. Proto budeme někdy výsledky zaokrouhlovat. Třeba $\sqrt{121} = 11$, ale třeba $\sqrt{120} \doteq 10{,}95$.

2 U zadaných pravoúhlých trojúhelníků vypočítej s využitím Pythagorovy věty délku přepon.

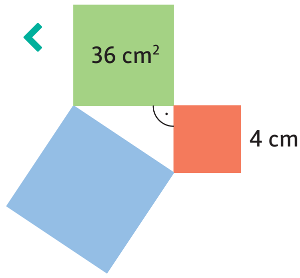


3 Celkem je zadáno 5 různých rovinných útvarů. Tři útvary jsou znázorněny na obrázku a pro další dva útvary A, B platí:

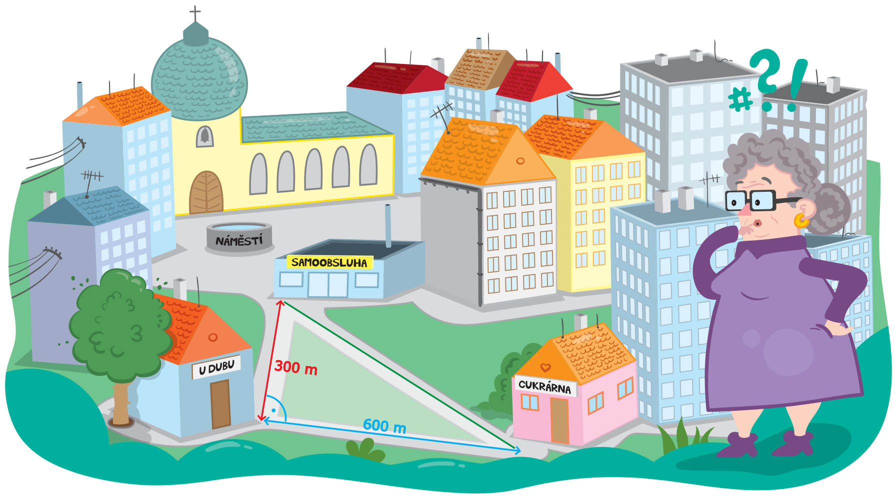
Útvar A: Čtverec sestrojený nad přeponou trojúhelníku s odvěsnami o délkách 3 cm a 5 cm.

Útvar B: Pravoúhlý trojúhelník o délkách odvěsen 8,5 cm a 8 cm.

Seřaď všech pět útvarů (červený, zelený, modrý, A a B) podle velikosti obsahu od nejmenšího po největší.



4 + Babička šla nejdříve nakupovat do svého oblíbeného obchodu s potravinami U Dubu. Chtěla zároveň ušetřit, tak šla ještě do samoobsluhy na náměstí pro levnější mléko a do cukrárny pro zákusek. Nakonec se stejně vrátila do potravin U Dubu, protože zapomněla na rohlíky, které měli v obchodě zrovna v akci. O kolik nejméně si babička prodloužila cestu oproti tomu, kdyby vše hned naráz nakoupila v potravinách U Dubu?



5 Na plánku termálních lázní jsou znázorněny tři bazény a zelená travnatá plocha určená k odpočinku. Všechny tři bazény mají vodorovné dno. Odpověz **ano** nebo **ne** na následující otázky a)–d) a své odpovědi vysvětli.

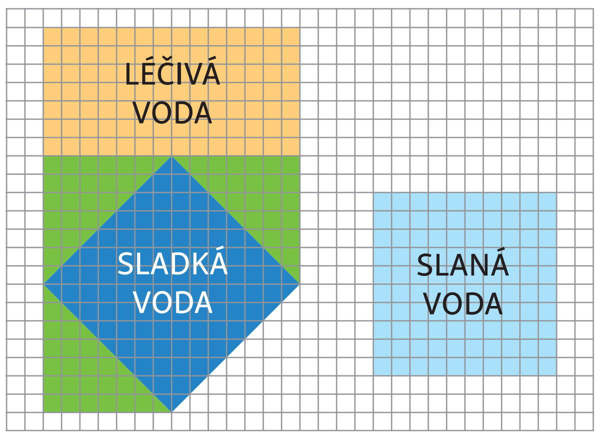
Nápověda: Snaž se využít Pythagorovu větu. U bazénu se sladkou vodou zbytečně nepočítej délku jeho strany!

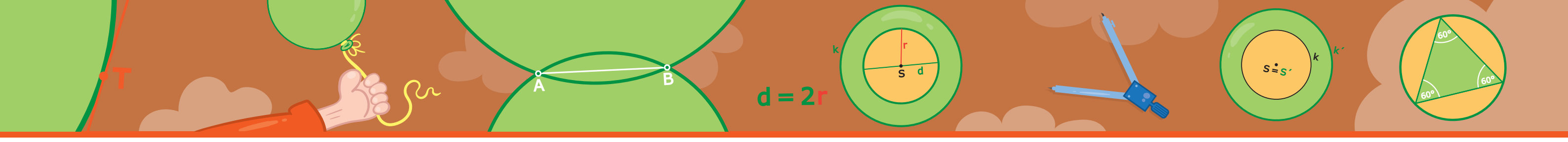
a) Pokud je ve všech třech bazénech stejná hloubka, je nejvíc vody v bazénu s léčivou vodou.

b) Tráva zabírá stejnou plochu jako tři čtvrtiny bazénu s léčivou vodou.

c) Čtyři třetiny travnaté plochy jsou stejně velké jako plocha, kterou zabírá bazén se sladkou vodou.

d) Pokud je ve všech třech bazénech stejné množství vody, je největší hloubka v bazénu se slanou vodou.





Kruh, kružnice

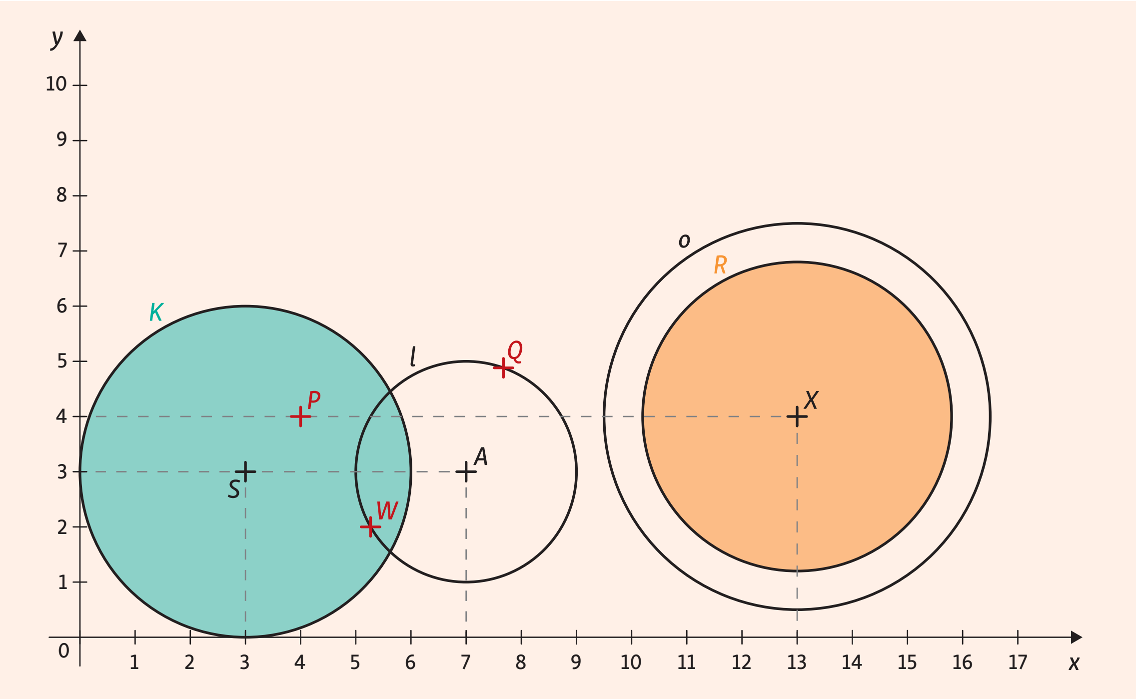
Kruhy a kružnice už dobře známe. Pojďme si je narýsovat a připomenout si, co všechno už o nich víme.

Úkol

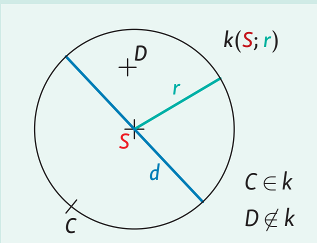
Do pravoúhlé soustavy souřadnic narýsuj:

- kruh $K(S[3;\,3];\ r = 3\ \text{cm})$
- kružnici $l(A[7;\,3];\ r = 2\ \text{cm})$
- kružnici o a kruh R, oba se středem $X[13;\,4]$; kružnice má průměr 7 cm a kruh má průměr 5,6 cm
- Do obrázku doplň libovolně body P, Q a W tak, aby:
  $P \in K$ (bod P ležel na kruhu K)
  $Q \in l$ a zároveň $Q \notin K$
  $W \in l$ a zároveň $W \in K$

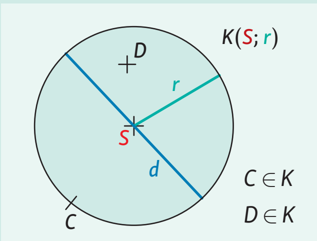
Řešení



kružnice $k(S;\,r)$
S – střed kružnice
r – poloměr kružnice
d – průměr kružnice
$d = 2r$



Kruh $K(S;\,r)$
S – střed kruhu
r – poloměr kruhu
d – průměr kruhu
$d = 2r$

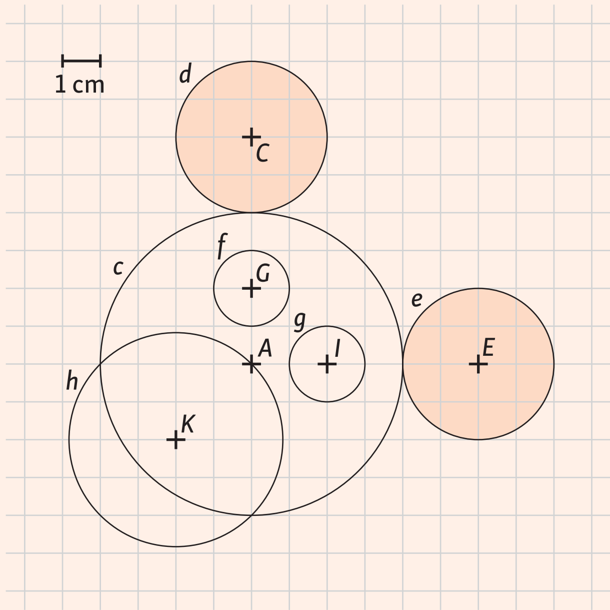


SOUVISLOSTI

Předměty nebo objekty tvaru kruhu a kružnice najdeme na mnoha místech kolem sebe. Vymysli alespoň 10 příkladů, kde je můžeme vidět.

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 1 591 242

Na obrázku jsou vyznačeny dva kruhy, ostatní útvary jsou kružnice. Popiš alespoň čtyři kruhy nebo kružnice z obrázku pomocí středu a poloměru. Obrázek si načrtni do sešitu, nebo využij předlohu a opici vybarvi a dokresli podle vlastní fantazie.



Řešení

Na obrázku jsou například:

- kruh *d* se středem v bodě *C* a poloměrem 2 cm
- kruh *e* se středem v bodě *E* a poloměrem 2 cm
- kružnice *d* se středem v bodě *C* a poloměrem 2 cm
- kružnice *h* se středem v bodě *K* a poloměrem $\sqrt{8}$ cm

1 Vrať se k obrázku v **řešeném příkladu 1** a vyřeš následující úkoly:

a) Vysvětli, jak jsme vypočítali poloměr kružnice *h*.

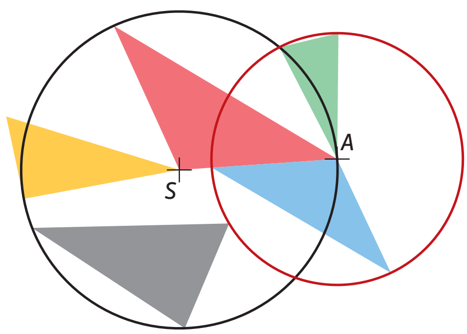
b) Pomocí středu a poloměru popiš všechny kružnice, které jsou na obrázku, ale v řešeném příkladu 1 jsme je nepopsali.

Nápověda: Místo dlouhého zápisu „kružnice *k* se středem *S* a poloměrem 1 cm“ můžeš psát zkráceně kružnice: $k(S;\, r = 1\text{ cm})$.

2 Vymysli a vyzkoušej prakticky způsob, jak popsat obrázek z **řešeného příkladu 1** tak, aby spolužák nebo spolužačka, kteří ho neuvidí, ho narýsovali úplně stejně.

Nápověda: Využij soustavu souřadnic. Samostatně si zvol, kam do ní obrázek umístíš.

3 GEOGEBRA 591 243 Na obrázku je pět barevných trojúhelníků a dvě kružnice. Černá kružnice má střed v bodě *S*, červená kružnice má střed v bodě *A*. Rozhodni, které trojúhelníky jsou rovnoramenné, a svou odpověď zdůvodni. K řešení můžeš využít program GeoGebra.



SOUVISLOSTI

Tvar kružnice a kruhu je inspirací například v umění. Navrhni vlastní barevnou mandalu, dekoraci na kameny nebo na internetu najdi zajímavé kruhové útvary v obilí, které údajně vytvářejí mimozemšťané.

Výrazy s proměnnými

Pec na pečení pizzy potřebuje nový nátěr. Pec má ústí ve tvaru půlkruhu o poloměru *r*, její hloubka je *d*, výška je na nižší straně *r* a na vyšší straně *h* a pec vypadá jako na obrázku. Natírat se budou jen dvě stěny z plechu, tedy stěna s ústím pece a sousední stěna ve tvaru obdélníku.

Úkoly

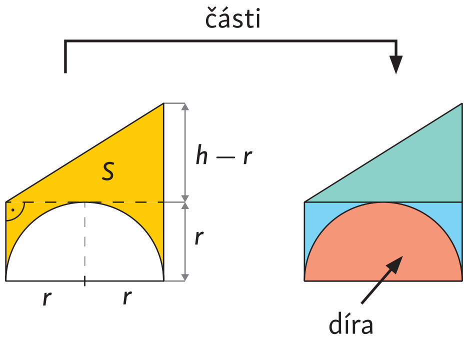
1 Sestav výraz, který bude vyjadřovat plochu, kterou je potřeba natřít.

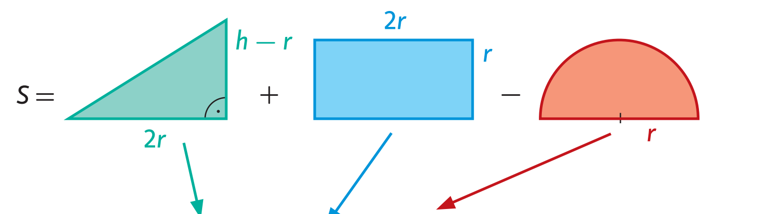
2 Rozměry pece jsou $r = 1$ m, $d = 1{,}5$ m a $h = 2$ m. Zjisti, kolik barvy bude potřeba na její natření. Bude nám stačit jedna plechovka barvy, která vystačí na natření plochy 4 m^2?

3 Zjisti, jak velkou plochu je potřeba natřít, pokud jsou rozměry pece $r = 1$ m, $d = 2$ m a h je zatím neznámá výška pece, kterou kuchař ještě nezměřil.

Řešení ÚKOL 1

- Pec si načrtneme a doplníme zadané rozměry.
- Obsah plochy přední stěny pece:





$$S = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot (h - r) + 2r \cdot r - \frac{\pi r^2}{2} = r \cdot (h - r) + 2r^2 - \frac{\pi r^2}{2}$$

Všimni si, že některé části tohoto výrazu se daly upravit, protože $\frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{2}{2} = 1$ a také $r \cdot r = r^2$.

- Boční stěna pece je obdélník o délkách stran *h* a *d*, proto obsah této stěny je $h \cdot d$.
- Celková plocha, kterou je potřeba natřít, má obsah: $S = r \cdot (h - r) + 2r^2 - \frac{\pi r^2}{2} + h \cdot d$.

Na pravé straně rovnosti vidíme výraz s proměnnými *r*, *h* a *d*. Písmenko π není proměnná, je to značka pro konkrétní číslo, které známe z kapitoly Kruh, kružnice.

Řešení ÚKOL 2

Do výrazu, který jsme našli v úkolu 1, dosadíme zadané číselné hodnoty (rozměry pece) $r = 1$ m, $d = 1{,}5$ m a $h = 2$ m, navíc $\pi = 3{,}14$. Obsah bude mít jednotku m^2.

$$S = r \cdot (h - r) + 2r^2 - \frac{\pi r^2}{2} + h \cdot d = 1 \cdot (2 - 1) + 2 \cdot 1^2 - \frac{\pi \cdot 1^2}{2} + 2 \cdot 1{,}5 = 1 + 2 - \frac{\pi}{2} + 3 \doteq 6 - \frac{3{,}14}{2} = 4{,}43$$

$S = 4{,}43$ m^2

Jedna plechovka barvy nám stačit nebude.

Řešení ÚKOL 3

Stejně jako v úkolu 2 dosadíme za $r = 1$ m, $d = 2$ m a h necháme, budeme s ním pracovat jako s neznámou. Výraz zjednodušíme. Písmeno h jako neznámá výška nám ve výrazu zůstane.

$$S = r\cdot(h-r) + 2r^2 - \frac{\pi r^2}{2} + h\cdot d = 1\cdot(h-1) + 2\cdot 1^2 - \frac{\pi\cdot 1^2}{2} + h\cdot 2 =$$

$$= h - 1 + 2 - \frac{\pi}{2} + 2h \doteq h + 2h + 1 - \frac{3{,}14}{2} = 2h + h - 0{,}57$$

Toto je výraz s jednou proměnnou, která je označena písmenem h. Až budeme znát i výšku pece, dosadíme tuto hodnotu do výsledného výrazu (do $S = 2h + h - 0{,}57$).

- Třeba pro $h = 1$ m dostaneme: $S = 3 - 0{,}57\ \text{m}^2 = 2{,}43\ \text{m}^2$.
- Pro $h = 2$ m to bude $S = 6 - 0{,}57\ \text{m}^2 = 5{,}43\ \text{m}^2$.

POZOR!

Do výrazů v úkolech 2 a 3 jsme místo písmen dosadili čísla (rozměry pece). Proto písmena ve výrazu nazýváme „**proměnné**“. Mohou se měnit, proměňovat (pec může mít různé rozměry). Pokud hodnotu proměnné neznáme a chceme ji určit, nazýváme ji také „neznámá“.

Číselný výraz a výraz s proměnnou

Zápis početních operací s čísly nazýváme **číselný výraz**. Např. výraz $[3 + 2\cdot(6 + 7)] : 12$ je číselný výraz. Když v takovém zápisu místo čísel budou proměnné, nazveme ho **výraz s proměnnou**. Například zápis:

- $3a$ je výraz s jednou proměnnou a
- $9x + 4$ je výraz s jednou proměnnou x
- $\{[3a + 2b\cdot(6c + 7)] : 12\}\cdot d$ je výraz se čtyřmi proměnnými a, b, c a d

1 Vzpomeň si na co nejvíce výrazů nebo vyhledej takové výrazy, pomocí kterých jsi už někdy něco počítal(a). Pro každý výraz napiš, co se pomocí něho dá vypočítat a které proměnné se v něm vyskytují.

Nápověda: Nezapomeň na vzorečky z fyziky a chemie.

2 591 258 Rozhodni, zda jsou následující tvrzení pravdivá. Nesprávná tvrzení oprav.

a) Výraz $6a^2$ udává velikost povrchu krychle o délce strany a.

b) Výraz $3x$ udává obsah obdélníku o délce stran 3 cm a x cm. Jeho hodnota vyjde v km^2.

c) Hodnota výrazu $2\cdot(4 + b)$ je rovna obvodu obdélníku o délkách stran 4 nosorožci a b nosorožců a vyjde zase v nosorožcích.

d) + Dosazením do vztahu $S = y$ za délku y v milimetrech dostaneme obsah kosočtverce, který má výšku 1 mm, tento obsah S bude v mm^2.

POZOR!

U každého vzorce, který se týká aplikací (fyziky, chemie, biologie, života), je důležité vědět, co je potřeba do něj dosazovat, aby dával smysl.

Např. do výrazu πr^2 pro výpočet obsahu kruhu o poloměru r lze dosadit za r různé délky v různých jednotkách. Třeba pro $r = 1$ cm ti vyjde obsah v cm^2, pro $r = 1$ km v km^2.

Do tohoto vzorce nemůžeme dosadit třeba $r = 12$ km/h nebo 5 m^3, to by nedávalo smysl. Do některých výrazů můžeme dosadit za proměnnou čísla bez jednotky, podobně jako v následující úloze 4.

3 Karel se učil na písemku z matematiky k minut. Sebík se učil o půl hodiny déle. Marie se učila třikrát kratší dobu než Sebík. Tom se učil dvakrát déle než Sebík.

a) Zapiš pomocí vhodných výrazů, jak dlouho se učili Karel, Sebík, Marie a Tom.

b) Tom prozradil, že se na písemku učil hodinu. Karel o sobě tvrdí, že i kdyby se na písemku učil tisíckrát déle, než se učil, uměl by to pořád stejně. Má Karel pravdu?

Objem válce a jednotky objemu

Juniorské odlehčené hokejové puky mají průměr 60 mm a výšku 20 mm. Ondra by rád věděl, kolik puků se mu vejde do pouzdra válcového tvaru určeného pro přenášení puků. Pouzdro má výšku 26 cm a vnitřní průměr 60 mm.

Úkoly

1 Které těleso puk představuje?

2 Kolik puků se vejde Ondrovi do pouzdra?

3 Kolik puků by se vešlo Ondrovi do pouzdra, pokud by měl puk poloviční výšku? Jak velký prostor v cm^3 by puky vyplňovaly?

4 Zamysli se nad tím, jaké rozměry potřebujeme k výpočtu objemu válce, a pokus se sestavit vzorec.

PŘIPOMEŇ SI

Objem hranolu vypočítáme:
$V = S_{podstavy} \cdot v.$

Objem tělesa vlastně vyjadřuje, jakou část prostoru dané těleso zaujímá.

Řešení ÚKOL 1

Puk má tvar válce.

Řešení ÚKOL 2

Výšku pouzdra nejprve převedeme na milimetry: $v = 26$ cm $= 260$ mm. Výšku válce pak stačí vydělit výškou jednoho puku a dostaneme počet puků v naplněném pouzdru:

$$260 : 20 = 13 \text{ puků}$$

Ondrovi se vejde do pouzdra 13 puků.

Řešení ÚKOL 3

Pokud se vejde do pouzdra 13 puků o výšce 20 mm, musí se vejít do pouzdra dvojnásobný počet puků o výšce 10 mm, tj. 26 puků. Na dno pouzdra se vejde pouze jeden puk. Obsah podstavy puku vypočítáme:

$$S_{puku} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 30^2 \doteq 2\,827{,}4 \text{ mm}^2 = 28{,}274 \text{ cm}^2$$

Vypočtenou hodnotu vynásobíme počtem puků:

$$26 \cdot 28{,}274 \doteq 735{,}124 \text{ cm}^3$$

Puky vyplňují přibližně 735,1 cm^3 prostoru.

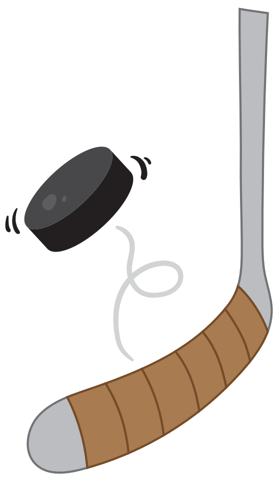
Řešení ÚKOL 4

K výpočtu objemu válce potřebujeme znát výšku válce a obsah podstavy, v našem případě obsah podstavy jednoho puku. Obsah podstavy vypočítáme:

$$S = \pi \cdot r^2$$

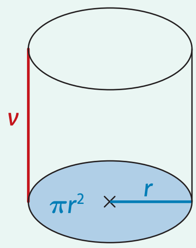
Obsah podstavy stačí vynásobit výškou válce a dostaneme objem válce:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v$$



Objem válce V je součinem velikosti obsahu podstavy válce a výšky válce.

$$V = S_p \cdot v = \pi r^2 \cdot v$$



ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 1

Babička si koupila dva zahradní plstěné pytle pro pěstování jahod. Jejich výrobce poskytuje zákazníkům následující informace:

Popis:
Válcový tvar
Propouští vodu a vzduch
Odolný proti korozi, teplu a chladu
Vhodný pro vícenásobné použití
2 držadla pro snadné přenášení
Rozměry 35 × 42 cm (Ø × v)

Babička potřebuje zjistit:

a) Kolik hlíny (zahradního substrátu) se vejde do jednoho pytle?
b) Jak těžký bude naplněný pytel, pokud budeme počítat s orientační objemovou hmotností 1 m³ = 500 kg?
c) Kolik kusů 10kilového balení zahradního substrátu potřebuje koupit?

Řešení a)

Zajímá nás objem pytle. Z popisu pytle zjistíme, že jeho poloměr (polovina průměru) je $r = 17{,}5$ cm a výška pytle je 42 cm. Obě hodnoty máme ve stejných jednotkách, můžeme dosadit do vzorce pro objem válce:

$$V = \pi \cdot 17{,}5^2 \cdot 42 \doteq 40\,408{,}7\ \text{cm}^3$$

Objem jednoho pytle převedeme na dm^3:

$$40\,408{,}7\ \text{cm}^3 \doteq 40{,}4\ \text{dm}^3$$

Do jednoho pytle se vejde přibližně 40,4 dm^3 substrátu.

Řešení b)

Vypočítáme, kolik krychlových centimetrů odpovídá 1 kilogramu (1 m^3 = 1 000 000 cm^3):

$$1\,000\,000 : 500 = 2\,000\ \text{cm}^3$$

Jednomu kilogramu odpovídá 2 000 cm^3 zahradního substrátu. Jeden pytel tedy váží:

$$40\,408{,}7 : 2\,000 \doteq 20{,}2\ \text{kg}$$

Jeden pytel váží přibližně 20,2 kg.

Řešení c)

Babička potřebuje pro jeden pytel 20,2 kg substrátu. Pro oba pytle potřebuje koupit 40,4 kg substrátu. Prodávají-li v obchodě pouze 10kilová balení, je třeba si koupit celkem 5 pytlů.

1 Převeď na jednotku uvedenou v závorce.

a) 3 500 mm^3 (cm^3)
b) 0,002 55 m^3 (cm^3)
c) 250 200 cm^3 (dm^3)
d) 3 l (cm^3)
e) 0,000 35 dl (mm^3)
f) 0, 012m^3 (hl)
g) 455 260 cl (hl)
h) 17 dm^3 (dl)

PŘIPOMEŇ SI

Objem měříme v krychlových jednotkách (např. m^3 neboli „kubík“). Běžne se používají i tzv. duté míry – hektolitry (hl), litry (l), centilitry (cl), decilitry (dl) a mililitry (ml).

1 m^3 = 1 000 dm^3 = 1 000 l = 10 hl
1 dm^3 = 1 000 cm^3 = 1 000 000 mm^3
1 cm^3 = 1 ml