3. Některé funkce podrobněji

učebnice str. 79–94

PU

@

- V následujících odstavcích jsme se museli vypořádat s jedním zásadním problémem, který si žáci pravděpodobně vůbec neuvědomí. Učitel si však této skutečnosti musí být vědom, aby neuváděl mylné informace. Na základní škole se pokud možno vyhýbáme formálním definicím a spokojujeme se s vytvářením intuitivních představ daného pojmu. Tato intuitivní představa však nemůže být v rozporu se správným popisem. U pojmu funkce se takto velmi často dostáváme do jistých potíží, které nyní naznačíme.

  Žákům budeme vysvětlovat, že funkce může být zadána různě, grafem, tabulkou nebo vzorcem, který určuje, jak se hodnota závisle proměnné vypočítá, známe-li hodnotu nezávisle proměnné. V posledním případě je obvyklé, že definičním oborem funkce zadané takovým předpisem je množina všech reálných čísel, pro která má daný předpis smysl. Definičním oborem funkce $y = 3x + 4$ je tak množina všech reálných čísel, definičním oborem funkce $y = \frac{2}{x+7}$ množina všech reálných čísel $x \neq -7$ atd. Když tedy například ve *Slovníčku* na straně 81 definujeme *lineární funkci* jako funkci, kterou lze zapsat předpisem $y = kx + q$, je přesně vzato lineární funkcí jen funkce definovaná na množině všech reálných čísel, což by nám samozřejmě působilo ve výuce potíže. Podobný problém se objeví i u přímé úměrnosti, kterou jsme v 8. třídě z logiky věci uvažovali jen pro kladné hodnoty argumentu, a to ještě většinou nikoli pro všechna kladná čísla, ale jen pro hodnoty uvedené v nějaké tabulce. Nyní je však definičním oborem funkce $y = kx$ opět množina všech reálných čísel.
  Proto v dalším textu většinou nečiníme formální rozdíl mezi funkcí a její částí definovanou na nějaké podmnožině definičního oboru, byť jde formálně o různé funkce. Jak jsme již uvedli, žáci si tento fakt zřejmě vůbec neuvědomí, vyučující však musí mít tuto skutečnost na paměti.
  Proto také například za *Slovníček* zařazujeme úlohu 3.3, aby si žáci popisovanou souvislost mezi funkcemi zadanými stejným předpisem, avšak lišící se svými definičními obory, uvědomili.

- **3.4** Zápisem typu f: $y = 3x$ samozřejmě rozumíme funkci zadanou uvedeným předpisem. Záměrně občas toto označování uvádíme, přestože je zbytečně složité. Žáci se s ním však budou na střední škole často setkávat.

  Označování v matematice je samozřejmě důležité. Vhodné označení může popisovanou situaci zprůhlednit, nevhodné označení ji může naopak zkomplikovat. Žádné pravidlo však nelze dodržet beze zbytku a ve všech situacích bez výjimky.
  Někteří matematičtí „puristé“ například trvají na tom, že sin x není žádná funkce, že to je **hodnota** funkce sinus v bodě x. Neuvědomují si, že s touto argumentací by jen těžko uspěli například u funkce dané předpisem $y = \frac{x+6}{3x-7}$, pokud by se nechtěli pouštět do komplikovaných slovních konstrukcí. Žáky na základní škole samozřejmě takovými pseudoproblémy nezatěžujeme a například zápisy $3x + 1$, $y = 3x + 1$ a f: $y = 3x + 1$ považujeme za různé formy zápisu téže funkce.

str. 83–84 Zdůrazněme pro jistotu ještě jednou to, co jsme již uváděli u úlohy 2.11. U hyperboly na obr. 2 nemůžeme říci, že funkce je klesající na celém definičním oboru! Klesající je pouze v oboru záporných čísel i v oboru kladných čísel, ne však v celém definičním oboru.

- **3.10** Tento příklad opět dokládá „pouto“ mezi algebrou a geometrií. Chceme ukázat, jakou roli v geometrii hraje graf nepřímé úměrnosti a posléze i kvadratické funkce. Jak známo, řez rotační kuželové plochy rovinou, která neprochází vrcholem kužele, tvoří **kružnice**, **elipsa**, **parabola** nebo **hyperbola** podle toho, jaký úhel daná rovina svírá s povrchovými přímkami kužele.

- **3.15** Když je funkce zadána grafem, tak je to uvedeno v této úloze, není vždy zcela jednoznačné, jaký je její definiční obor. V tomto případě je zřejmé, že na prvním obrázku je definičním oborem množina všech nenulových reálných čísel (což ovšem nelze přesně nakreslit), ve druhém případě je možno obrázek interpretovat tak, že definičním oborem je množina všech reálných čísel, ale současně i tak, že je to pouze část intervalu $-4 < x < 4$. Proto zadání funkce pouze jejím grafem bez doplňujícího komentáře může být nepřesné.

str. 89 Sešlápnutím brzdového pedálu začne hlavní brzdový válec působit příslušnou tlakovou silou na brzdovou kapalinu. Tento tlak se rovnoměrně šíří všemi brzdovými trubičkami a hadičkami. Brzdová kapalina odpovídající tlakovou silou působí na brzdový píst, který přitlačí brzdové destičky na kotouč na ose kola. Tím dojde ke snížení rychlosti otáčejícího se kola.

str. 89 V 9. třídě by žáci již měli být schopni samostatně nastudovat obtížnější text, porozumět mu a získané informace zařadit do kontextu s tím, co již znají. Proto jsme zařadili tuto ukázku relativně obtížnějšího fyzikálního textu, který však bezprostředně souvisí s probíranou problematikou nepřímé úměrnosti. Pokud by pro danou třídu byl text příliš obtížný, můžete jej zadat jen některým žákům jako rozšiřující učivo k domácí práci.

1 Obrázky mají pouze ilustrativní charakter; naznačují stlačení plynu pod daným tlakem.

2 Řecká předpona iso-, respektive izo-, má význam stejno-. Slova začínající touto předponou vyjadřují něco stejného za daných podmínek (izobara – čára spojující místa se stejným tlakem, izoterma – čára spojující místa se stejnou teplotou, izotop – jeden z nuklidů daného prvku apod.). Slovo **izotermický** znamená „probíhající za stálé teploty“.

3 Spokojíme se s odpovědí, že jde o děj probíhající za stálé teploty.

4 **Izochorický děj** je termodynamický děj, při kterém zůstává konstantní objem termodynamické soustavy. Pro ideální plyn při tomto ději platí zákon $\frac{p}{T} =$ konst., kde p je tlak a T teplota.

Izobarický děj je termodynamický děj, při kterém se nemění tlak termodynamické soustavy. Pro ideální plyn při tomto ději platí *Guy-Lussacův zákon* $\frac{V}{T} =$ konst., kde V je objem a T teplota plynu.

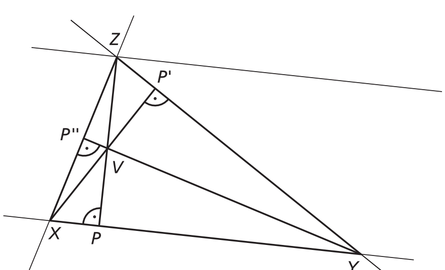
Tematika je velmi působivě zpracována na stránce http://artemis.osu.cz/ComLab/Web_cz/Heat_FP6_Cz/isothermal.htm

- **3.21** Úlohu zařazujeme zejména proto, aby si žáci fixovali souvislost paraboly a kvadratické funkce.

Práce s počítačem, str. 93 Pokud počítač ve výuce používáte systematicky a těžíte z četných výhod, které jeho využití poskytuje, jistě si vybavujete, že pro tento příklad jsme si půdu připravovali již v 7. třídě. V učebnici geometrie jsme na str. 28 zadali následující příklad (*obr. 1*):

obr. 1

Jakou společnou vlastnost mají úsečky ZP, XP' a YP''?

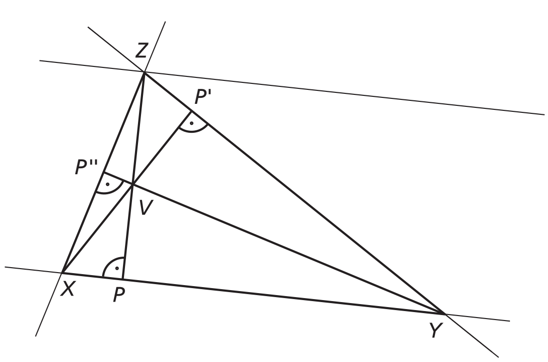


Na počítači se podívejte, po jaké křivce se bude pohybovat bod V na obrázku, budeme-li posunovat bod Z po přímce rovnoběžné s přímkou XY. Co je bod V? Zkuste odhadnout, jaký tvar bude křivka mít.

V *Příručce učitele* pro 7. třídu jsme k tomuto příkladu napsali:

Geometrie je vhodná pro samostatnou práci dětí na počítači, pokud zvládnou např. základy Cabri. Možnost animace objektů je někdy názornější než sebepodrobnější výklad. Ukažme alespoň na tomto příkladu, jak lze počítače výhodně využít a jaké situace můžeme s jeho pomocí navodit. Žáci se tedy zabývají otázkou, jakou společnou vlastnost mají úsečky ZP, XP' a YP' na následujícím obrázku (*obr. 2*).

obr. 2



V této podobě jde o „klasický“ školský příklad, v němž žáci ověří, že dané úsečky jsou výškami a bod V je jejich průsečíkem. Bez využití počítače však žáci zcela jistě nemohou vydedukovat odpověď na následující otázku: *Na počítači se podívejte, po jaké křivce se bude pohybovat bod V na obrázku, budeme-li pohybovat bodem Z po přímce rovnoběžné s přímkou XY. Co je bod V? Zkuste odhadnout, jaký tvar bude křivka mít.* Využití této modelové situace nyní závisí na možnostech, které máte. Pokud žáci zvládají například základy Cabri a mohou pracovat jednotlivě nebo v malých skupinách na počítači samostatně, můžeme jim ponechat volnost. Tematika je však vhodná i pro