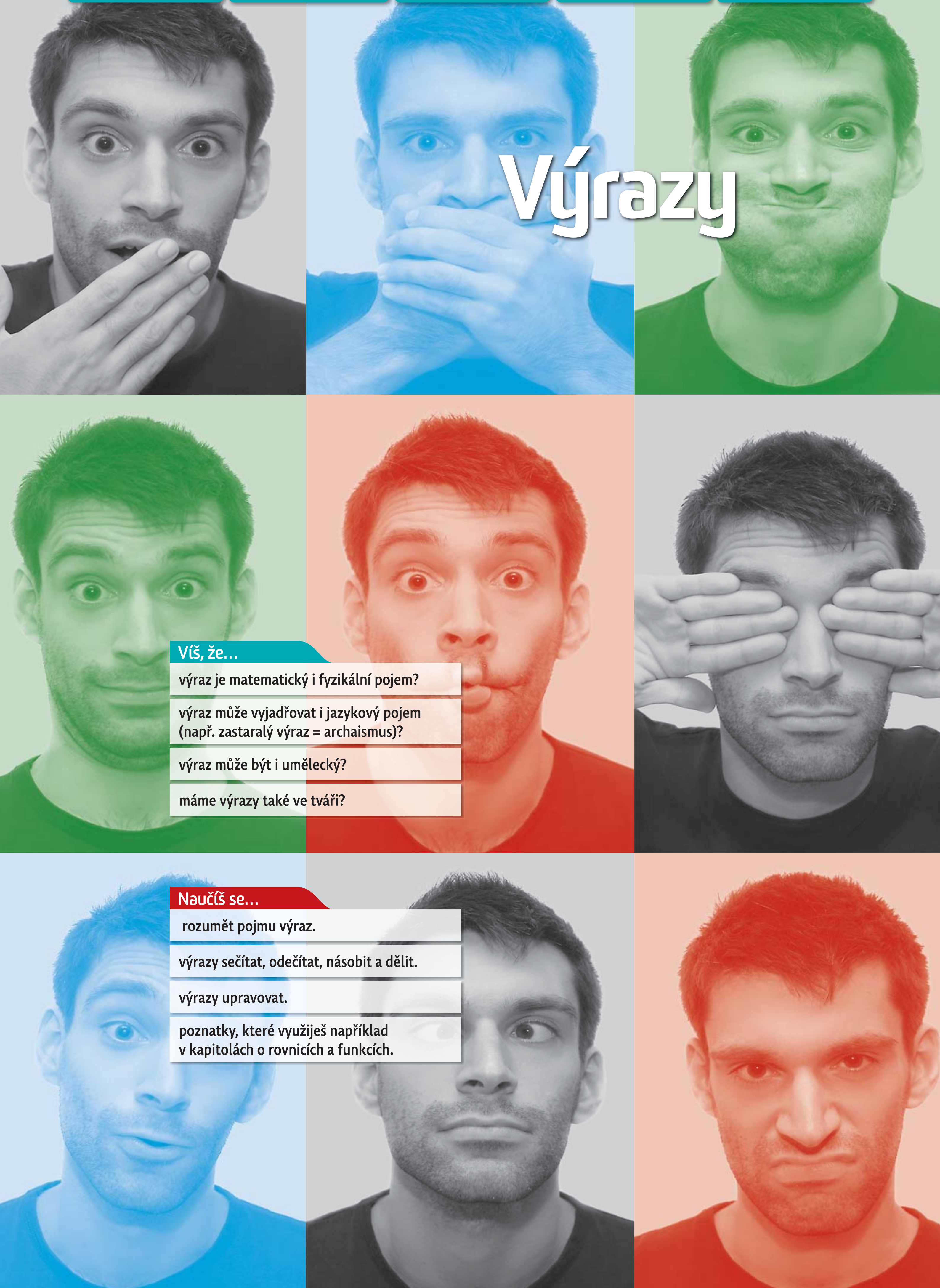


Výrazy

Víš, že…

- výraz je matematický i fyzikální pojem?
- výraz může vyjadřovat i jazykový pojem (např. zastaralý výraz = archaismus)?
- výraz může být i umělecký?
- máme výrazy také ve tváři?

Naučíš se…

- rozumět pojmu výraz.
- výrazy sečítat, odečítat, násobit a dělit.
- výrazy upravovat.
- poznatky, které využiješ například v kapitolách o rovnicích a funkcích.

Výrazy

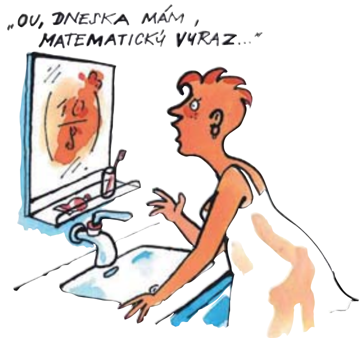
Už ze základní školy umíme počítat s čísly i s proměnnými. Rozumíme například zápisům $3{,}2 \cdot 4^3 - \left(8 + \frac{2}{3}\right)$, πr^2, $4x - 12y$ a podobně. Takové zápisy mohou být i komplikovanější, např. $\frac{3xz}{2x+18}$ nebo $\sin 2\alpha + \cos\beta$.

V této kapitole se budeme zabývat jen zápisy utvořenými z čísel a proměnných pomocí operací sčítání, odčítání, násobení, dělení, umocňování a odmocňování. Takto utvořeným zápisům říkáme **algebraické výrazy**.
Z uvedených zápisů tedy není algebraický pouze výraz $\sin 2\alpha + \cos\beta$, neboť se v něm vyskytují funkce sinus a kosinus.

Do výrazu $3x + 2z$ můžeme za x i za z dosadit libovolná čísla a vypočítat pak jeho hodnotu. Ve výrazu $\frac{x}{2z}$ můžeme za x dosadit jakoukoliv hodnotu, pro $z = 0$ však uvedený výraz žádné hodnoty nenabývá. Pro některé hodnoty proměnných **nemá výraz smysl**, takové hodnoty do něj dosadit nemůžeme. Víme například, že jmenovatel zlomku se nesmí rovnat nule, pod (druhou) odmocninou nesmí být záporné číslo apod.
Ve výrazu $\frac{3+x}{x-y}$ mohou proměnné x i y sice nabýt libovolné hodnoty, **nesmí** však přitom platit $x - y = 0$, tj. $x = y$.

English Terms

- expression / výraz
- algebraic expression / algebraický výraz
- simplify an expression / upravit výraz
- variable / proměnná
- expression with variable / výraz s proměnnou
- domain of variable / obor proměnné
- domain of definition / definiční obor
- value of the expression / hodnota výrazu



zapamatujeme si

Algebraický výraz je zápis utvořený z čísel a proměnných pomocí operací sčítání, odčítání, násobení, dělení, umocňování a odmocňování.

Hodnota výrazu je číslo, které dostaneme, dosadíme-li za proměnné do výrazu konkrétní čísla a provedeme všechny předepsané operace.

Při počítání s výrazy musíme dbát na to, pro které hodnoty proměnných **mají dané výrazy smysl.**

Pojem	Co všechno vím?	Vysvětlení
Obor proměnné x výrazu $\frac{15a+8b^2}{2x}$ je $\mathbb{R}-\{0\}$.	Jde o výraz, ve kterém 15, 8, 2 jsou konstanty, a, b, x jsou proměnné. Za proměnné a, b můžeme dosadit jakékoli reálné číslo; proměnná x je ve jmenovateli, proto má výraz smysl pro všechna $x \in \mathbb{R}$, kromě čísla 0, což zapisujeme $x \in \mathbb{R}-\{0\}$.	Víme, že nemůžeme dělit nulou. Pro uvedenou množinu má výraz smysl pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která $2x \neq 0$, tj. pro všechna $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.
Hodnota výrazu $\frac{4}{3}\pi r^3$ pro $r = 1$ je přibližně 4,2; pro $r = 2$ je rovna přibližně 33,5.	V tomto výrazu jsou konstanty $\frac{4}{3}$ a π, r je proměnná. Výraz je definován pro všechna reálná čísla. Víme však také, že jde o výraz udávající objem koule. Obor proměnné r je v takto chápaném případě množina všech kladných reálných čísel – poloměr nemůže být ani nula, ani záporné číslo.	Pro $r = 1$ je jeho hodnota přibližně rovna 4,189. $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1 \doteq 4{,}189$ Pro $r = 2$ je jeho hodnota přibližně rovna 33,510. $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8 \doteq 33{,}510$

souvislosti

Řecký matematik Diofantos z Alexandrie (asi 200 až 284 n. l.) byl jedním z prvních matematiků, kteří začali používat pro zápis neznámé určité značky. Do té doby byly rovnice řešeny pouze slovně. Diofantos položil základy práce s proměnnou v matematice. Bývá nazýván „otcem aritmetiky“.
Zavedl označení pro neznámou, označoval ji arithmos – αριτημοσ, dále zavedl například zápis pro druhou mocninu σ$^{\bar{\nu}}$ (dynamis = čtverec), třetí mocninu κ$^{\bar{\nu}}$ (kybos = krychle) a mocninu čtvrtou σσ$^{\bar{\nu}}$ (dynamodynamis = čtverec čtverce).

Výrazy

Příklad 1

V oboru celých čísel zapište pomocí proměnné x:

a) libovolné sudé číslo;

b) libovolné liché číslo;

c) druhou mocninu libovolného lichého čísla;

d) součin dvou libovolných po sobě jdoucích celých čísel.

řešení

$x \in \mathbb{Z}$;

a) $\mathbf{2x}$

Sudá čísla jsou například čísla $-4, -2, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots$ Pokud si uvědomíte, že jsou dělitelná dvěma, pak snadno napíšete odpověď. Libovolné sudé číslo můžeme napsat pomocí výrazu $\mathbf{2x}$**,** kde x je proměnná, 2 je konstanta. Pro názornější představu, kdybychom chtěli vypsat pomocí tohoto výrazu všechna sudá čísla, stačí za proměnnou x dosazovat čísla celá ($2 \cdot (-1) = -2$; $2 \cdot 2 = 4$; $2 \cdot 3 = 6$, … apod.).

Výrazy $2x + 12$, $2x - 10$ apod. také vyjadřují celé sudé číslo.

b) $\mathbf{2x + 1}$

Lichá čísla jsou například čísla 1, 3, 5, 7, 9, 11, … liché číslo vyjádříme například pomocí výrazu $\mathbf{2x + 1}$.

Liché číslo však můžeme vyjádřit i výrazem $2x - 1$, $2x + 11$ nebo $2x - 39$.

c) $\mathbf{(2x + 1)^2}$

d) $\mathbf{x(x + 1)}$

Příklad 2

Čokoládová tyčinka má na obalu uveden údaj, že její energetická hodnota je 380 kcal. 100W žárovka, která svítí 4,1 h, spotřebuje energii 0,407 kWh. Porovnejte energii potřebnou ke svitu žárovky s energií čokoládové tyčinky, když víte, že 1 cal = 4,186 J. Energii „skrytou“ v tyčince vyjadřuje výraz $\frac{1}{3{,}6 \cdot 10^6} n_T$, kde n_T (J) je nutriční hodnota tyčinky.

řešení

Nutriční hodnota je zadána v kilokaloriích (kcal), převedeme ji nejprve na kalorie.

$380 \text{ kcal} = 380 \cdot 10^3 \text{ cal}$;

poté ji ještě převedeme na jednotku energie – joule:

$380 \text{ kcal} = 380 \cdot 10^3 \cdot 4{,}186 \text{ J}$.

Nyní můžeme dosadit do daného výrazu pro energii:

$$\frac{1}{3{,}6 \cdot 10^6} n_T = \frac{1}{3{,}6 \cdot 10^6} \cdot 380 \cdot 10^3 \cdot 4{,}19 \doteq 442 \text{Wh} = 0{,}442 \text{kWh}$$

Pro porovnání: energie „skrytá“ v tyčince přibližně odpovídá energii, kterou musíme dodat žárovce o výkonu 100 W, aby svítila 4 hodiny.